

Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Een zwaartepunt

1 maximumscore 6

- $x \cdot (f(x))^2 = x(1-x^2) = x - x^3$ 2
- Een primitieve van $x - x^3$ is $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}x^4$ 1
- $\int_0^1 x \cdot (f(x))^2 dx = \frac{1}{4}$ 1
- $V = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi = \frac{2}{3} \pi$ 1
- $x_Z = \frac{\frac{1}{4} \pi}{\frac{2}{3} \pi} = \frac{3}{8} (= 0,375)$ 1

Onder een grafiek

2 maximumscore 4

- Opgelost moet worden: $e^{-p^2} = 2p$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- $p \approx 0,42$ 1
- De oppervlakte van het vierkant is ongeveer 0,7 1

3 maximumscore 5

- Voor de oppervlakte $O(p)$ van de rechthoek geldt: $O(p) = 2p \cdot e^{-p^2}$ 1
- $O'(p) = 2 \cdot e^{-p^2} + 2p \cdot -2p \cdot e^{-p^2}$ 2
- $O'(p) = 0$ geeft $2 - 4p^2 = 0$ 1
- Het antwoord $p = \sqrt{\frac{1}{2}}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Een dobbelspel

4 maximumscore 3

- K moet met de ene dobbelsteen een stip werpen en met de andere dobbelsteen een A, of omgekeerd 1
- De kans op één van die volgordes is $\frac{4}{6} \cdot \frac{1}{6}$ 1
- De kans is $2 \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{9}$ 1

5 maximumscore 4

- Dat kan alleen als L zijn fiche niet kwijt raakt en vervolgens K zijn beide fiches wel kwijt raakt 1
- De kans dat L zijn fiche niet kwijt raakt, is $\frac{4}{6}$ 1
- De kans dat K zijn fiches kwijt raakt, is $\left(\frac{2}{6}\right)^2$ 1
- De gevraagde kans is $\frac{4}{6} \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^2 = \frac{2}{27}$ (of ongeveer 0,074) 1

6 maximumscore 6

- Het aantal keer X dat K wint, is binomiaal verdeeld met $n = 10$ en $p = 0,43$ 1
- Het aantal keer Y dat L wint, is binomiaal verdeeld met $n = 10$ en $p = 0,57$ 1
- Beschrijven hoe $P(X \geq 7)$ en $P(Y \geq 7)$ met de GR kunnen worden berekend 1
- $P(X \geq 7) \approx 0,0806$ 1
- $P(Y \geq 7) \approx 0,3102$ 1
- De kans dat een van de spelers minstens 7 keer wint, is ongeveer $0,0806 + 0,3102 \approx 0,39$ 1

of

- $P(\text{K of L wint minstens 7 keer}) = P(\text{K wint minstens 7 keer}) + P(\text{K wint hoogstens 3 keer})$ 2
- De gevraagde kans is $1 - (P(X = 4) + P(X = 5) + P(X = 6))$, waarbij X binomiaal verdeeld is met $n = 10$ en $p = 0,43$ (of $p = 0,57$) 2
- Beschrijven hoe deze kans met de GR berekend kan worden 1
- De gevraagde kans is ongeveer 0,39 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Driehoek en cirkel

7 maximumscore 5

Met $\angle ABD = \beta$ en $\angle AED = \gamma$:

- $\angle ADB = \angle ABD = \beta$ en $\angle ADE = \angle AED = \gamma$; *gelijkbenige driehoek* 1
- $\alpha = \angle BAD + \angle DAE = 180^\circ - 2\beta + 180^\circ - 2\gamma = 360^\circ - 2\beta - 2\gamma$; *hoekensom driehoek* 2
- $\angle CDE = 180^\circ - \angle ADE - \angle ADB = 180^\circ - \gamma - \beta$; *gestrekte hoek* 1
- Dus $\angle CDE = \frac{1}{2}\alpha$ 1

of

- $\angle ADE = \angle AED = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle DAE$; *gelijkbenige driehoek, hoekensom driehoek* 2
- $\angle ADB = \angle ABD = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle DAB$; *gelijkbenige driehoek, hoekensom driehoek* 1
- $\angle EDB = \angle ADE + \angle ADB = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle DAE + \angle DAB) = 180^\circ - \frac{1}{2}\alpha$ 1
- $\angle CDE = 180^\circ - \angle EDB = \frac{1}{2}\alpha$; *gestrekte hoek* 1

of

- Kies een punt F op de grote cirkelboog EB , dan $\angle BFE = \frac{1}{2}\angle BAE = \frac{1}{2}\alpha$; *stelling van de omtrekshoek* 2
- $\angle EDB = 180^\circ - \angle BFE = 180^\circ - \frac{1}{2}\alpha$; *koordenvierhoekstelling* 2
- $\angle CDE = 180^\circ - \angle EDB = \frac{1}{2}\alpha$; *gestrekte hoek* 1

Opmerking

Als $ABDE$ (ten onrechte) voor een koordenvierhoek aangezien is, voor deze vraag geen punten toekennen.

Dozen met vaste inhoud

8 maximumscore 6

- De bodem is $15,0 - 2x$ bij $15,0 - 2x$ 1
- De inhoud is $x(15,0 - 2x)^2$ 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $x(15,0 - 2x)^2 = 100$ opgelost kan worden 1
- $x \approx 0,51$ of $x \approx 5,34$ 2
- De lengte is ongeveer $15,0 + 15,0 - 0,51 \approx 29,5$ (dm) of ongeveer $15,0 + 15,0 - 5,34 \approx 24,7$ (dm) 1

Vraag	Antwoord	Scores
9	maximumscore 3	
	• De bodem is $b - 2x$ bij $b - 2x$	1
	• De inhoud is $x(b - 2x)^2$	1
	• Uit $x(b - 2x)^2 = 100$ volgt $(b - 2x)^2 = \frac{100}{x}$	1
10	maximumscore 5	
	• De lengte van de rechthoek is $2b - x$	1
	• $A = b(2b - x)$	1
	• $A = \left(2x + \frac{10}{\sqrt{x}}\right)\left(3x + \frac{20}{\sqrt{x}}\right)$	1
	• Herleiden tot $A = 6x^2 + 70\sqrt{x} + \frac{200}{x}$	2
	of	
	• $b = 2x + \frac{10}{\sqrt{x}}$, dus de breedte van de doos is $\frac{10}{\sqrt{x}}$	2
	• $A = \left(2x + \frac{10}{\sqrt{x}}\right)\left(3x + \frac{20}{\sqrt{x}}\right)$	1
	• Herleiden tot $A = 6x^2 + 70\sqrt{x} + \frac{200}{x}$	2
11	maximumscore 4	
	• Het stuk karton voor de tweede doos heeft oppervlakte $6(4x_1)^2 + 70\sqrt{4x_1} + \frac{200}{4x_1}$	2
	• Beschrijven hoe de vergelijking $6x_1^2 + 70\sqrt{x_1} + \frac{200}{x_1} = 6(4x_1)^2 + 70\sqrt{4x_1} + \frac{200}{4x_1}$ kan worden opgelost	1
	• Het antwoord: $x_1 \approx 0,97$ (dm)	1
	of	
	• Het stuk karton voor de tweede doos heeft oppervlakte $A(4x_1)$	1
	• Beschrijven hoe de vergelijking $A(x_1) = A(4x_1)$ met de GR kan worden opgelost	2
	• Het antwoord: $x_1 \approx 0,97$ (dm)	1

Opmerking

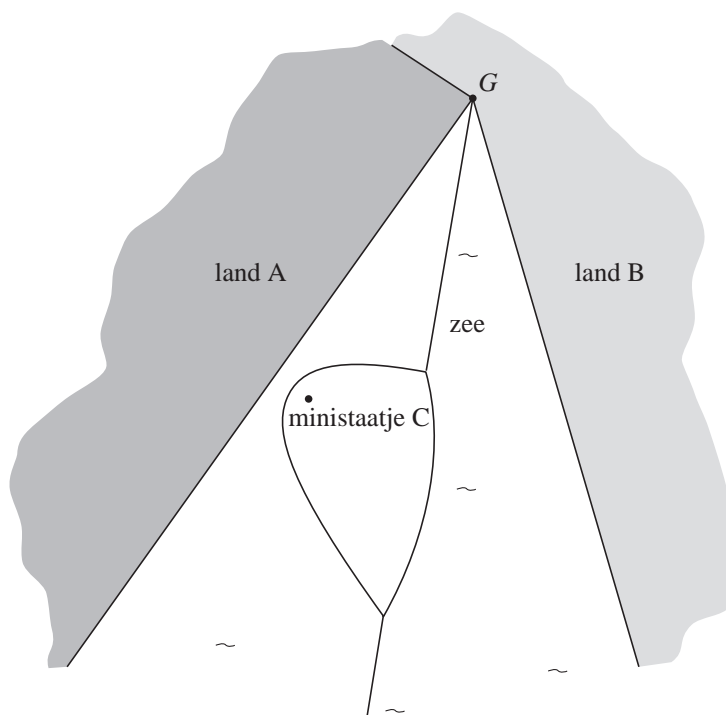
Als bij de uitwerking x geschreven is in plaats van x_1 , hiervoor geen punten aftrekken.

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Zee verdelen

12 maximumscore 6

- De grens tussen de zee van A en de zee van B bestaat uit (twee delen van) de bissectrice van hoek G 1
- De grens tussen de zee van A en de zee van C is een deel van de parabool met brandpunt C en richtlijn de kust van A; de grens tussen de zee van B en de zee van C is een deel van de parabool met brandpunt C en richtlijn de kust van B 1
- Het tekenen van het ‘bovenste’ deel van de bissectrice van hoek G 1
- Het tekenen van het ‘onderste’ deel van de bissectrice van hoek G 1
- Het tekenen van het deel van de parabool met brandpunt C en richtlijn de kust van A 1
- Het tekenen van het deel van de parabool met brandpunt C en richtlijn de kust van B 1



Opmerking

Voor elk ontbrekend drielandenpunt één punt in mindering brengen.

13 maximumscore 4

- $\angle KDL = 180^\circ - \alpha$; hoekensom vierhoek 1
- De raaklijnen zijn bissectrices van hoek CDK en hoek CDL ; raaklijneigenschap parabool 2
- Dus $\beta = \frac{1}{2} \angle KDL = \frac{1}{2} (180^\circ - \alpha) = 90^\circ - \frac{1}{2} \alpha$ 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Exponentiële rijen

14 maximumscore 3

- De juiste plaats van u_1 2
- De juiste plaats van u_2 1

15 maximumscore 6

- In het grensgeval raakt de grafiek van $y = a^x$ aan de lijn $y = x$ 1
- Dan geldt voor de x -coördinaat van het raakpunt: $a^x = x$ en $\ln a \cdot a^x = 1$ 2
- Combineren geeft $\ln a = \frac{1}{x}$ 1
- Hieruit volgt $a = e^{\frac{1}{x}}$ 1
- $a = e^{\frac{1}{x}}$ invullen in $a^x = x$ geeft $x = e$, dus $a = e^{\frac{1}{e}}$ 1

Rechthoek in ovaal

16 maximumscore 4

- $AB = 2 \cos \alpha + 2$ en $AD = 2 \sin \alpha$ 2
- De oppervlakte van $ABCD$ is $(2 \cos \alpha + 2) \cdot 2 \sin \alpha = 4 \sin \alpha \cos \alpha + 4 \sin \alpha$ 1
- $2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$, dus $O = 2 \sin 2\alpha + 4 \sin \alpha$ 1

of

- $AD = 2 \sin \alpha$, dus de rechthoek binnen het vierkant heeft oppervlakte $4 \sin \alpha$ 2
- De twee rechthoeken aan de zijkanten hebben elk oppervlakte $2 \sin \alpha \cos \alpha$ 1
- $2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$, dus $O = 2 \sin 2\alpha + 4 \sin \alpha$ 1

17 maximumscore 4

- $\frac{dO}{d\alpha} = 4 \cos 2\alpha + 4 \cos \alpha$ 2
- $\frac{dO}{d\alpha} = 4(\cos 2\alpha + \cos \alpha) = 4(2 \cdot \cos \frac{2\alpha + \alpha}{2} \cdot \cos \frac{2\alpha - \alpha}{2}) = 8 \cdot \cos 1\frac{1}{2}\alpha \cdot \cos \frac{1}{2}\alpha$ 2

Vraag	Antwoord	Scores
18	maximumscore 4	
	• $\frac{dO}{d\alpha} = 0$ als $\cos 1\frac{1}{2}\alpha = 0$ of $\cos \frac{1}{2}\alpha = 0$	1
	• $\cos 1\frac{1}{2}\alpha = 0$ geeft $\alpha = \frac{1}{3}\pi$ (of $\alpha \approx 1,047$) (en $\cos \frac{1}{2}\alpha = 0$ heeft geen oplossing voor $0 < \alpha < \frac{1}{2}\pi$)	2
	• De maximale oppervlakte is $3\sqrt{3}$ (of ongeveer 5,2)	1
	of	
	• $\frac{dO}{d\alpha} = 0$ als $4\cos 2\alpha + 4\cos \alpha = 0$, dus $4(2\cos^2 \alpha - 1) + 4\cos \alpha = 0$	1
	• $8\cos^2 \alpha + 4\cos \alpha - 4 = 0$ geeft $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ (of $\cos \alpha = -1$)	1
	• $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ geeft $\alpha = \frac{1}{3}\pi$ (of $\alpha \approx 1,047$) (en $\cos \alpha = -1$ heeft geen oplossing voor $0 < \alpha < \frac{1}{2}\pi$)	1
	• De maximale oppervlakte is $3\sqrt{3}$ (of ongeveer 5,2)	1
	of	
	• $\frac{dO}{d\alpha} = 0$ als $4\cos 2\alpha + 4\cos \alpha = 0$, dus $\cos 2\alpha = -\cos \alpha$	1
	• $\cos 2\alpha = -\cos \alpha$ geeft $2\alpha = \pi - \alpha + k \cdot 2\pi$ of $2\alpha = \pi + \alpha + k \cdot 2\pi$	1
	• $2\alpha = \pi - \alpha + k \cdot 2\pi$ geeft $\alpha = \frac{1}{3}\pi$ (of $\alpha \approx 1,047$) (en $2\alpha = \pi + \alpha + k \cdot 2\pi$ heeft geen oplossing voor $0 < \alpha < \frac{1}{2}\pi$)	1
	• De maximale oppervlakte is $3\sqrt{3}$ (of ongeveer 5,2)	1