4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Podiumverlichting

1 maximumscore 3

- $\sin\alpha = \dfrac{x}{r}$ — 1
- $V = 650 \cdot \dfrac{1}{r} \cdot \dfrac{x}{r} = \dfrac{650x}{r^2}$ — 1
- $r^2 = 9 + x^2$ invullen geeft $V = \dfrac{650x}{9+x^2}$ — 1

of

- $\sin\alpha = \dfrac{x}{r}$ — 1
- $r = \sqrt{9+x^2}$ — 1
- $V = 650 \cdot \dfrac{1}{\sqrt{9+x^2}} \cdot \dfrac{x}{\sqrt{9+x^2}} = \dfrac{650x}{9+x^2}$ — 1

2 maximumscore 5

- $\dfrac{650x}{9+x^2} = 100$ geeft $x^2 - 6,5x + 9 = 0$ — 2
- $(x-2)(x-4,5) = 0$ (of de abc-formule gebruiken of kwadraat afsplitsen) — 1
- De oplossingen $x = 2$ en $x = 4,5$ — 1
- De hoogte moet minstens 2 meter en hoogstens 4,5 meter zijn — 1

3 maximumscore 6

- $V' = \dfrac{650(9+x^2) - 650x \cdot 2x}{(9+x^2)^2}$ — 2
- Als V maximaal is, is V' gelijk aan 0 — 1
- $V' = 0$ geeft $x^2 = 9$ — 2
- De hoogte is 3 meter — 1

Vraag	Antwoord	Scores

Krasbal

4 **maximumscore 4**

- Het aantal verschillende speelvelden is $\binom{8}{4}$ 1
- Het aantal verschillende scoringsvelden is $\binom{4}{2}$ 1
- Het aantal verschillende krasbalkaarten is $\binom{8}{4} \cdot \binom{4}{2}$ 1
- Dit is $70 \cdot 6 = 420$ 1

5 **maximumscore 4**

- De wedstrijden met lengte 4 zijn VVPD en PMPD 1
- De kans op VVPD is $\frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{4}$ 1
- De kans op PMPD is $\frac{4}{8} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{3}$ 1
- Het antwoord $\frac{1}{14} + \frac{1}{14} = \frac{1}{7}$ (of ongeveer 0,14) 1

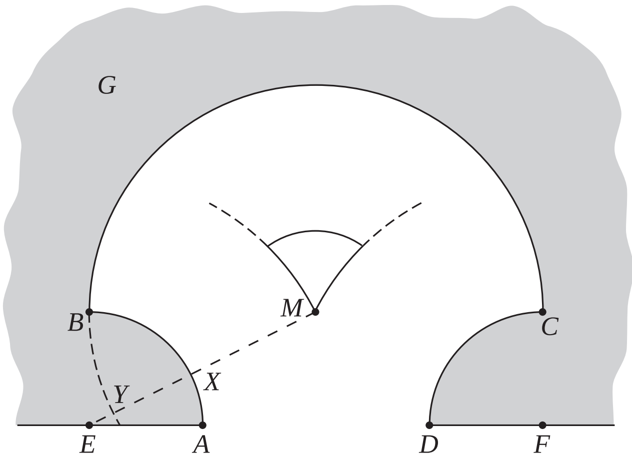
6 **maximumscore 4**

- Veronderstel dat Ruud eerlijk speelt, dus met kans $\frac{1}{2}$ als eerste vakje een P open krast 1
- Het aantal keren X dat Ruud als eerste een vakje P open krast is dan binomiaal verdeeld met $n = 10$ en $p = \frac{1}{2}$ 1
- Beschrijven hoe $P(X \geq 8 \mid n = 10 \text{ en } p = \frac{1}{2})$ met de GR berekend kan worden 1
- Deze kans is (ongeveer) 0,055 1

Vraag	Antwoord	Scores

Cirkelinham

7 maximumscore 4



- Het tekenen van cirkelbogen door M met middelpunten E en F — 2
- De afstand tot boog BC moet gelijk zijn aan MX, waarbij X het snijpunt is van ME en cirkelboog AB — 1
- Het tekenen van de cirkelboog met middelpunt M en straal $6 - MX \approx 6 - 3{,}7 = 2{,}3$, met de juiste eindpunten — 1

of

- Het tekenen van cirkelbogen door M met middelpunten E en F — 2
- De derde cirkelboog heeft middelpunt M en straal XY, waarbij X het snijpunt is van ME en cirkelboog AB en Y het snijpunt is van ME en het verlengde van cirkelboog CB — 1
- Het tekenen van deze cirkelboog, met de juiste eindpunten — 1

8 maximumscore 4

- d(L, boog BC) = d(L, boog AB) — 1
- d(L, boog BC) = 6 − LM — 1
- d(L, boog AB) = LE − 3 — 1
- Combinatie van het bovenstaande geeft 6 − LM = LE − 3, dus $LM + LE = 9$ — 1

of

- Als L in B ligt, is de som van de afstanden 6 + 3 = 9 — 1
- Als L verder schuift, neemt LE evenveel toe als LM afneemt, met toelichting — 2
- Dus geldt voor alle punten L: $LM + LE = 9$ — 1

Opmerking
Als alleen getallenvoorbeelden gegeven zijn, hiervoor maximaal 1 punt toekennen.

Vraag	Antwoord	Scores

9 maximumscore 4

- Het gebruik van de rechthoekige driehoek *ETS* 1
- Als $MS = x$, dan $ES = 9 - x$ en $ST = 3 + x$ 1
- De stelling van Pythagoras geeft: $(9-x)^2 = 6^2 + (3+x)^2$ 1
- $x = 1\frac{1}{2}$ 1

of

- d(S, boog AB) = d(S, boog BC) = d(S, boog CD); noem deze afstand a 1
- $SE = 3 + a$ en $ST = 9 - a$ 1
- De stelling van Pythagoras geeft: $(3+a)^2 = 6^2 + (9-a)^2$ 1
- $a = 4\frac{1}{2}$, dus $ST = 9 - 4\frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$ en $MS = 4\frac{1}{2} - 3 = 1\frac{1}{2}$ 1

De functie $f(x) = e^x$

10 maximumscore 4

- De oppervlakte is $1 \cdot e^{a+1} - \int_a^{a+1} e^x dx$ 1
- $\int_a^{a+1} e^x dx = e^{a+1} - e^a$ 1
- De oppervlakte is $e^{a+1} - (e^{a+1} - e^a) = e^a$ 1
- $e^a = 3$ dus $a = \ln 3$ 1

of

- De oppervlakte is $\int_a^{a+1} \left(e^{a+1} - e^x\right) dx$ 1
- Een primitieve is $e^{a+1} \cdot x - e^x$ 1
- De oppervlakte is $e^{a+1}(a+1) - e^{a+1} - (e^{a+1} \cdot a - e^a) = e^a$ 1
- $e^a = 3$ dus $a = \ln 3$ 1

11 maximumscore 4

- De richtingscoëfficiënt van AB is $\dfrac{e^{a+1} - e^a}{a+1-a}$ $(= e^{a+1} - e^a)$ 2
- Beschrijven hoe de vergelijking $e^{a+1} - e^a = 1$ met de GR of algebraïsch opgelost kan worden 1
- Het antwoord: $a < -0{,}54$ 1

Vraag	Antwoord	Scores

12 **maximumscore 4**

- De lengte is $\int_1^2 \sqrt{1+(e^x)^2}\,dx$ 2
- Beschrijven hoe deze integraal met de GR kan worden berekend 1
- Het antwoord: ongeveer 4,79 1

13 **maximumscore 6**

- Het omwentelingslichaam van het stuk onder de grafiek van f heeft inhoud $\pi \cdot \int_0^1 e^{2x}\,dx$ 1
- Een primitieve functie van e^{2x} is $\frac{1}{2}e^{2x}$ 1
- Het omwentelingslichaam van het stuk onder de grafiek van f heeft inhoud $\frac{1}{2}\pi(e^2-1)$ 1
- Het omwentelingslichaam van de hele rechthoek heeft inhoud $\pi \cdot e^2 \cdot 1$ 1
- Het omwentelingslichaam van het stuk tussen de lijn $y = e$ en de grafiek van f heeft inhoud $\pi e^2 - \frac{1}{2}\pi(e^2-1) = \frac{1}{2}\pi(e^2+1)$ 1
- Het verschil tussen de inhouden is π 1

of

- Het omwentelingslichaam van het stuk onder de grafiek van f heeft inhoud $\pi \cdot \int_0^1 e^{2x}\,dx$ 1
- Een primitieve functie van e^{2x} is $\frac{1}{2}e^{2x}$ 1
- Het omwentelingslichaam van het stuk onder de grafiek van f heeft inhoud $\frac{1}{2}\pi(e^2-1)$ 1
- Het omwentelingslichaam van het stuk tussen de lijn $y = e$ en de grafiek van f heeft inhoud $\pi\int_0^1 \left(e^2 - e^{2x}\right)dx$ 1
- De inhoud van dit omwentelingslichaam is $\frac{1}{2}\pi(e^2+1)$ 1
- Het verschil tussen de inhouden is π 1

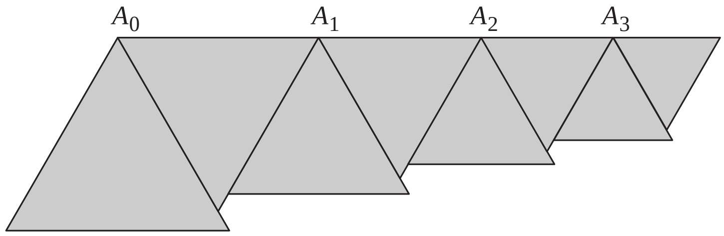
Opmerking

Als $\pi\int_0^1 (e-e^x)^2\,dx$ *is berekend, maximaal 3 punten toekennen.*

Vraag	Antwoord	Scores

Driehoeken plakken

14 maximumscore 6



- $A_{n-1}A_n = 2{,}7 \cdot (0{,}81)^{n-1}$ cm (n = 1, 2, 3, …) 2
- $A_0A_n = 2{,}7 \cdot \dfrac{1-0{,}81^n}{1-0{,}81}$ cm (of beschrijven hoe A_0A_n voor verschillende waarden van n met de GR berekend kan worden) 2
- Aantonen dat A_0A_n groter wordt dan 14 cm (namelijk als $n \geq 20$) (dus de figuur overschrijdt de finishlijn) 2

of

- $A_{n-1}A_n = 2{,}7 \cdot (0{,}81)^{n-1}$ cm (n = 1, 2, 3, …) 2
- De limiet van de somrij is $\dfrac{2{,}7}{1-0{,}81}$ cm 2
- Dit is groter dan 14 cm (dus de figuur overschrijdt de finishlijn) 2

Vraag	Antwoord	Scores

Brievenweger

15 maximumscore 3

- De draaihoek is ongeveer 30° 1
- $\alpha \approx \frac{1}{6}\pi$ 1
- Invullen geeft $y \approx 36$ 1

of

- De draaihoek is ongeveer 30° 1
- $\frac{1}{4}\pi \text{ rad} = 45°$ 1
- $y \approx 70 \dfrac{\sin(30°)}{\sin(30° + 45°)} \approx 36$ 1

Opmerking
Als gewerkt wordt met $\sin(30° + \frac{1}{4}\pi)$, *maximaal 1 punt toekennen.*

16 maximumscore 4

- $70 \dfrac{\sin\alpha}{\sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi)} = 70$, dus $\sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi) = \sin\alpha$ 1
- $\alpha + \frac{1}{4}\pi = \pi - \alpha$ 2
- $\alpha = \frac{3}{8}\pi$ 1

17 maximumscore 4

- $\dfrac{dy}{d\alpha} = 70 \cdot \dfrac{\cos\alpha \cdot \sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi) - \sin\alpha \cdot \cos(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}$ 2
- $\cos\alpha \cdot \sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi) - \sin\alpha \cdot \cos(\alpha + \frac{1}{4}\pi) = \sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi - \alpha)$ 1
- $\dfrac{dy}{d\alpha} = 70 \cdot \dfrac{\sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi - \alpha)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)} = \dfrac{70\sin(\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}$ 1

of

- $\dfrac{dy}{d\alpha} = 70 \cdot \dfrac{\cos\alpha \cdot \sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi) - \sin\alpha \cdot \cos(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}$ 2
- $\sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi) = \sin\alpha \cdot \cos(\frac{1}{4}\pi) + \cos\alpha \cdot \sin(\frac{1}{4}\pi)$ en
  $\cos(\alpha + \frac{1}{4}\pi) = \cos\alpha \cdot \cos(\frac{1}{4}\pi) - \sin\alpha \cdot \sin(\frac{1}{4}\pi)$ invullen 1
- Dit geeft $\dfrac{dy}{d\alpha} = 70 \cdot \dfrac{\sin(\frac{1}{4}\pi) \cdot \left(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha\right)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)} = \dfrac{70\sin(\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}$ 1

Vraag	Antwoord	Scores

18 maximumscore 3

- $\frac{dy}{d\alpha}$ is minimaal als $\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)$ maximaal is — 1
- $\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)$ is maximaal als $\sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi) = 1$ — 1
- Dit is het geval als $\alpha = \frac{1}{4}\pi \approx 0{,}79$ — 1

of

- Beschrijven hoe met de GR de waarde van α gevonden kan worden waarvoor $\frac{70\sin(\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}$ minimaal is — 2
- $\alpha \approx 0{,}79$ — 1

of

- $\frac{d}{d\alpha}\left(\frac{70\sin(\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}\right) = 70\sin(\frac{1}{4}\pi) \cdot \frac{-2\cos(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}{\sin^3(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}$ — 1
- Voor de gezochte waarde van α is $\frac{d}{d\alpha}\left(\frac{70\sin(\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}\right)$ gelijk aan 0, dus $\cos(\alpha + \frac{1}{4}\pi) = 0$ — 1
- Dit is het geval als $\alpha = \frac{1}{4}\pi \approx 0{,}79$ — 1

Opmerking
Gezien de context is het niet nodig aan te tonen dat de extreme waarde een minimum is.

Spiegeltjes op een cirkel

19 maximumscore 4

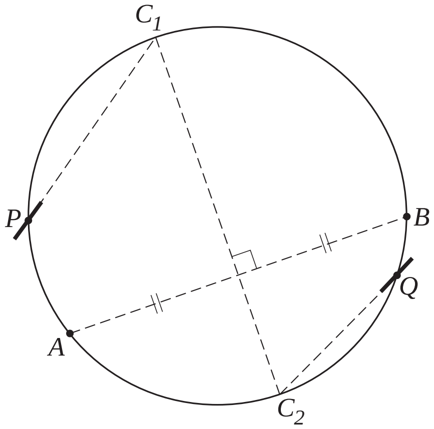
- *ABCS* is een koordenvierhoek, dus $\angle ABC = 180° - \angle ASC$ — 1
- $\alpha = 180° - \angle ASC$, dus $\angle ABC = \alpha$; *gestrekte hoek* — 1
- $\angle BAC = \angle BSC = \beta$; *stelling van de constante hoek* — 1
- $\alpha = \beta$, dus $\angle ABC = \angle BAC$ — 1

of

- $\angle ASB = \angle ACB$; *stelling van de constante hoek* — 1
- $\angle ASB = 180° - (\alpha + \beta) = 180° - 2\beta$; *gestrekte hoek* — 1
- $\angle ACB = 180° - \angle BAC - \angle ABC$; *hoekensom driehoek* — 1
- Combineren geeft $2\beta = \angle BAC + \angle ABC = \beta + \angle ABC$; *stelling van de constante hoek*, dus $\angle ABC = \beta = \angle BAC$ — 1

Vraag	Antwoord	Scores

20 maximumscore 4



- De snijpunten C_1 en C_2 van de middelloodlijn van AB met de cirkel tekenen — 2
- De juiste stand van beide spiegeltjes in de richting van C_1 of C_2 tekenen — 2

of

- Een snijpunt C van de middelloodlijn van AB met de cirkel tekenen — 1
- In het juiste punt het spiegeltje in de richting van C tekenen — 1
- In het juiste punt het spiegeltje loodrecht op de richting naar C tekenen — 2

Opmerkingen
Als de stand op een andere manier gevonden is, bijvoorbeeld door de deellijnen van $\angle APB$ en $\angle AQB$ te tekenen en de spiegeltjes loodrecht op deze deellijn te tekenen, geen punten toekennen.
Als één spiegeltje goed getekend is en de andere fout (bijvoorbeeld naar het verkeerde snijpunt van de middelloodlijn en de cirkel), maximaal 2 punten toekennen.