4 Beoordelingsmodel

Antwoorden	Deel-scores

Reistijd

Maximumscore 3

1 □ • De snelheid is op de heenreis 20 + v km/u en op de terugreis 20 – v km/u **1**

• De heenreis duurt $\dfrac{10}{20+v}$ uur en de terugreis $\dfrac{10}{20-v}$ uur **1**

• Deze twee opgeteld geeft de totale reistijd **1**

Maximumscore 3

2 □ • Gezocht wordt de oplossing van de vergelijking $\dfrac{10}{20+v}+\dfrac{10}{20-v}=2$ **1**

• beschrijven hoe deze vergelijking met de GR opgelost kan worden **1**

• het antwoord 14,14 (km/u) **1**

Maximumscore 6

3 □ • Er moet gelden dat $T'(v) > 0$ voor alle waarden van v **1**

• $T'(v)=\dfrac{-10}{(20+v)^2}-\dfrac{-10}{(20-v)^2}$ **2**

• Wegens (0 <) 20 – v < 20 + v geldt: $\dfrac{10}{(20-v)^2}>\dfrac{10}{(20+v)^2}$ **2**

• de conclusie **1**

of

• Er moet gelden dat $T'(v) > 0$ voor alle waarden van v **1**

• $T'(v)=\dfrac{-10}{(20+v)^2}-\dfrac{-10}{(20-v)^2}$ **2**

• $T'(v)=\dfrac{800v}{(20+v)^2(20-v)^2}$ **2**

• de conclusie **1**

Maximumscore 5

4 □ • Er moet worden berekend: $\dfrac{1}{101}\cdot(T(0)+T(0{,}1)+T(0{,}2)+\ldots+T(10))$ **2**

• beschrijven hoe met de GR deze berekening uitgevoerd kan worden **1**

• $\dfrac{1}{101}\cdot(T(0)+T(0{,}1)+T(0{,}2)+\ldots+T(10))\approx 1{,}099$ uur **1**

• het antwoord 66 minuten **1**

Maximumscore 6

5 □ • Het gemiddelde is $\dfrac{1}{10}\displaystyle\int_0^{10}\left(\dfrac{10}{20+v}+\dfrac{10}{20-v}\right)\mathrm{d}v$ **2**

• Een primitieve van T is $10\ln(20+v)-10\ln(20-v)$ **2**

• $\dfrac{1}{10}\displaystyle\int_0^{10}\left(\dfrac{10}{20+v}+\dfrac{10}{20-v}\right)\mathrm{d}v=\dfrac{1}{10}\left(10\ln 30-10\ln 10-0\right)$ **1**

• de herleiding van $\dfrac{1}{10}\left(10\ln 30-10\ln 10-0\right)$ tot $\ln 3$ **1**

Antwoorden	Deel-scores

Maximumsnelheid

Maximumscore 4

6 □
- De werkelijke snelheid X is normaal verdeeld met $\mu = 70$ en $\sigma = 70 \cdot 0{,}015$ — 1
- De gevraagde kans is $P(X \geq 70 \cdot 1{,}03 \mid \mu = 70 \text{ en } \sigma = 70 \cdot 0{,}015)$ — 1
- beschrijven hoe met de GR deze kans berekend kan worden — 1
- Afgerond op drie decimalen is dit inderdaad gelijk aan 0,023 — 1

Maximumscore 4

7 □
- $\mu = v$ geeft $\sigma = 0{,}015v$ — 1
- de ondergrens $1{,}03v$ — 1
- $z = \dfrac{1{,}03v - v}{0{,}015v}$ (= 2) is onafhankelijk van v — 1
- De gevraagde kans $P(X \geq 1{,}03v \mid \mu = v \text{ en } \sigma = 0{,}015v)$ is dus ook onafhankelijk van v — 1

Opmerking
Als de bedoelde kans voor een aantal waarden van de maximumsnelheden berekend is, ten hoogste 2 punten toekennen voor deze vraag.

Maximumscore 4

8 □
- Het aantal keren X dat hij gewaarschuwd wordt, is binomiaal verdeeld met $n = 200$ en $p = 0{,}023$ — 1
- $P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2)$ — 1
- beschrijven hoe met de GR deze kans berekend kan worden — 1
- het antwoord 0,84 — 1

Achtervolging

Maximumscore 4

9 □
- P en Q vallen voor het eerst samen als $\frac{11}{10}t = t + \frac{2}{3}\pi$ — 2
- het antwoord: na ongeveer 21 seconden — 2

of

- P moet $\frac{2}{3}\pi$ rad inhalen — 1
- P loopt per seconde $\frac{1}{10}$ rad in op Q — 2
- Dus P haalt Q voor het eerst in na $\dfrac{\frac{2}{3}\pi}{\frac{1}{10}} \approx 21$ seconden — 1

Maximumscore 5

10 □
- $\dfrac{x_P(t) + x_Q(t)}{2} = \dfrac{5\cos\left(\frac{11}{10}t\right) + 5\cos\left(t + \frac{2}{3}\pi\right)}{2} = 5\cos\left(\frac{21}{20}t + \frac{1}{3}\pi\right) \cdot \cos\left(\frac{1}{20}t - \frac{1}{3}\pi\right)$ — 2
- $\dfrac{y_P(t) + y_Q(t)}{2} = \dfrac{5\sin\left(\frac{11}{10}t\right) + 5\sin\left(t + \frac{2}{3}\pi\right)}{2} = 5\sin\left(\frac{21}{20}t + \frac{1}{3}\pi\right) \cdot \cos\left(\frac{1}{20}t - \frac{1}{3}\pi\right)$ — 2
- $\varphi(t) = 5\cos\left(\frac{1}{20}t - \frac{1}{3}\pi\right)$ — 1

Antwoorden	Deel-scores

Snijpunten met een ellips

Maximumscore 4

11 □	• S_1 ligt op de conflictlijn dus $S_1A = S_1F$	**1**
	• Dus is S_1 het snijpunt van de middelloodlijn van AF met AB	**1**
	• Evenzo is S_2 het snijpunt van de middelloodlijn van BF met AB	**1**
	• de tekening	**1**

Maximumscore 5

12 □	• $PX = PF$, dus $\angle PXF = \angle PFX$ $(= x)$; *gelijkbenige driehoek*	**1**
	• $QY = QF$, dus $\angle QYF = \angle QFY$ $(= y)$; *gelijkbenige driehoek*	**1**
	• $x + \beta + y = 180°$ (1) ; *hoekensom driehoek*	**1**
	• (1) gecombineerd met $x + \alpha + y = \beta$ geeft $\beta - \alpha = 180° - \beta$	**1**
	• $2\beta = \alpha + 180°$ geeft $\beta = \frac{1}{2}\alpha + 90°$	**1**

Exponentiële functie

Maximumscore 5

13 □	• $f'(x) = -\mathrm{e}^{-x}$	**1**
	• De richtingscoëfficiënt van lijn AB is $\frac{1}{\mathrm{e}} - 1$	**1**
	• Gezocht wordt de oplossing van de vergelijking $-\mathrm{e}^{-x} = \frac{1}{\mathrm{e}} - 1$	**1**
	• beschrijven hoe deze vergelijking algebraïsch of met de GR opgelost kan worden	**1**
	• $x \approx 0{,}46$	**1**

Maximumscore 7

14 □	• De oppervlakte van W is $\frac{1}{2}\left(\mathrm{e}^{-a} + \mathrm{e}^{-(a+1)}\right)$	**2**
	• De oppervlakte van V is $\int_a^{a+1} \mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$	**1**
	• Een primitieve van e^{-x} is $-\mathrm{e}^{-x}$	**1**
	• De oppervlakte van V is $-\mathrm{e}^{-(a+1)} + \mathrm{e}^{-a}$	**1**
	• de verhouding $\dfrac{\frac{1}{2}\left(\mathrm{e}^{-a} + \mathrm{e}^{-(a+1)}\right)}{\mathrm{e}^{-a} - \mathrm{e}^{-(a+1)}}$ herleiden tot $\dfrac{\frac{1}{2}\left(1 + \mathrm{e}^{-1}\right)}{1 - \mathrm{e}^{-1}}$ (of $\dfrac{\frac{1}{2}(\mathrm{e}+1)}{\mathrm{e}-1}$) (dus onafhankelijk van a)	**2**

Antwoorden	Deel-scores

Vijf punten op een cirkel

Maximumscore 6

15 ☐	• De driehoeken AM_1E en BM_1D zijn gelijkbenig	1
	• $\angle M_1EA = \frac{1}{2}(180° - \angle M_1)$ en $\angle M_1BD = \frac{1}{2}(180° - \angle M_1)$; *gelijkbenige driehoek* en *hoekensom driehoek*	2
	• $\angle M_1EA + \angle AED = 180°$	1
	• Dus $\angle M_1BD + \angle AED = 180°$	1
	• Hieruit volgt dat vierhoek $ABDE$ een koordenvierhoek is	1
	of	
	• De driehoeken AM_1E en BM_1D zijn gelijkbenig	1
	• $\angle M_1EA = \angle M_1AE$; *gelijkbenige driehoek*	1
	• Dus $\angle AED = \angle EAB$ $(= x)$	1
	• $\angle M_1DB = \angle M_1BD$ $(= y)$; *gelijkbenige driehoek*	1
	• $2x + 2y = 360°$; *hoekensom vierhoek*, dus $x + y = 180°$	1
	• Dus vierhoek $ABDE$ is een koordenvierhoek	1

Maximumscore 4

16 ☐	• A, B, D en E liggen op één cirkel (zie vraag 15)	1
	• Op dezelfde manier is aan te tonen dat A, B, C en D op één cirkel liggen	1
	• Dus alle vijf punten liggen op de cirkel door de punten A, B en D	2

Periodieke rijen

Maximumscore 5

17 ☐	• $u_2 = \dfrac{5}{21}$, $u_3 = 3$ en $u_4 = 7$	2
	• Dus de periode van de rij is 3	1
	• Dan is $u_{2005} = u_1 = 7$	2

Maximumscore 4

18 ☐	• Uit $u_0 = u_1$ volgt $b = a$	1
	• Uit $u_2 = \dfrac{5}{u_0 \cdot u_1}$ en $u_2 = a$ volgt $a^3 = 5$	2
	• $a = b = \sqrt[3]{5}$	1

Maximumscore 4

19 ☐	• $P_{3k+1} = \underbrace{u_0 \cdot u_1 \cdot u_2}_{=5} \cdot \underbrace{u_3 \cdot u_4 \cdot u_5}_{=5} \cdot \ldots \cdot \underbrace{u_{3k-3} \cdot u_{3k-2} \cdot u_{3k-1}}_{=5} \cdot u_{3k} \cdot u_{3k+1}$	1
	• $u_0 \cdot u_1 \cdot u_2 = 5, u_3 \cdot u_4 \cdot u_5 = 5$ enzovoort geeft $P_{3k-1} = 5^k$	2
	• $P_{3k+1} = P_{3k-1} \cdot u_{3k} \cdot u_{3k+1} = 5^k \cdot 3 \cdot 7 = 21 \cdot 5^k$	1