

1 Een spiraal

1. Als je naar de figuur kijkt zie je dat voor het bepalen van de grootte van de rechthoek eigenlijk alleen de langste twee stroken belangrijk zijn. De langste zijde van de rechthoek is gelijk aan de lengte van de langste strook, in dit geval 99. De kortste zijde is gelijk aan de lengte van de op een na langste strook plus de breedte van de langste strook. De kortste zijde is dus $97 + 1 = 98$. De oppervlakte van de rechthoek is dus $99 \cdot 98 = 9702$. Nu kijk je naar de gezamenlijke oppervlakte van de stroken. Dit is de som van een rekenkundige rij, namelijk $1 + 3 + 5 + \dots + 97 + 99$. Voor de som van een rekenkundige rij ken je een formule, namelijk een half maal het aantal termen, in dit geval 50, maal (eerste term + laatste term). De oppervlakte van de stroken is dus $\frac{1}{2} \cdot 50 \cdot (1 + 99) = 2500$. Er wordt dus een $\frac{2500}{9702}$ deel van de rechthoek bedekt door de stroken.
2. Het verschil tussen V en $\frac{1}{4}$ moet kleiner zijn dan $\frac{1}{100}$. Je moet dus de volgende vergelijking oplossen:

$$V - \frac{1}{4} < \frac{1}{100}$$

$$\frac{n+2}{4n-4} - \frac{1}{4} < \frac{1}{100}$$

Nu los je de ongelijkheid verder op alsof het een gelijkheid is. Later maak je je wel druk over of het teken $<$ of $>$ moet zijn.

$$\frac{n+2}{4n-4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{100}$$

$$\frac{n+2}{4n-4} = \frac{26}{100}$$

$$100 \cdot (n+2) = 26 \cdot (4n-4)$$

$$100n + 200 = 104n - 104$$

$$304 = 4n$$

$$n = 76$$

Dit is de n waarvoor het verschil tussen V en $\frac{1}{4}$ precies $\frac{1}{100}$ is. De kleinste even n waarvoor dit verschil minder verschilt is dus 78.