

## Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

### Over een parabool gespannen

**1 maximumscore 4**

- $f'(x) = -2x$  1
- De richtingscoëfficiënt van de raaklijn in  $R$  is  $f'(1) = -2$  1
- De raaklijn in  $R$  heeft als vergelijking  $y = -2x + 4$  1
- Deze raaklijn snijdt de  $x$ -as in  $(2, 0)$  1
- of
- $f'(x) = -2x$  1
- De richtingscoëfficiënt van de raaklijn in  $R$  is  $f'(1) = -2$  1
- De richtingscoëfficiënt van de lijn door  $(1, 2)$  en  $(2, 0)$  is ook  $-2$  1
- Dus de raaklijn snijdt de  $x$ -as in  $(2, 0)$  1

**2 maximumscore 5**

- $PQ = RS = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} (\approx 2,236)$  1
- De lengte van boog  $QR$  is gelijk aan  $\int_{-1}^1 \sqrt{1 + (-2x)^2} dx$  1
- Beschrijven hoe deze integraal berekend kan worden 1
- De lengte van boog  $QR$  is (ongeveer) 2,958 1
- De lengte van het touwtje is (ongeveer) 7,43 1

**3 maximumscore 4**

- De parabool snijdt de positieve  $x$ -as in  $(\sqrt{3}, 0)$  1
- De oppervlakte is  $\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 - \int_1^{\sqrt{3}} f(x) dx$  (of  $\int_1^2 (4 - 2x) dx - \int_1^{\sqrt{3}} f(x) dx$ ) 1
- Een primitieve van  $3 - x^2$  is  $3x - \frac{1}{3}x^3$  1
- De oppervlakte is  $3\frac{2}{3} - 2\sqrt{3}$  (of een gelijkwaardige vorm) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

## Wachten op de bus

### 4 maximumscore 4

- De drie tijdsintervallen hebben achtereenvolgens de kansen  $\frac{10}{60}$ ,  $\frac{20}{60}$  en  $\frac{30}{60}$  en 1
- De te verwachten wachttijden per interval bedragen achtereenvolgens 5, 10 en 15 minuten 1
- De verwachtingswaarde van de wachttijd is  $\frac{10}{60} \cdot 5 + \frac{20}{60} \cdot 10 + \frac{30}{60} \cdot 15$  1
- Dit is  $11\frac{2}{3}$  minuut (of 11 minuten en 40 seconden, of ongeveer 11,7 minuten) 1

### 5 maximumscore 4

- Gevraagd wordt  $x$  zo dat  $P(T > 65 \mid \mu = 60 \text{ en } \sigma = x) = 0,10$ , waarbij  $T$  de reistijd van een bus in minuten is 1
- Beschrijven hoe  $x$  kan worden berekend 2
- De maximale standaardafwijking is (ongeveer) 3,9 minuten 1

### 6 maximumscore 4

- Beschrijven hoe de kans  $P(T > 65 \mid \mu = 60 \text{ en } \sigma = 3,4)$  kan worden berekend 1
- Die kans is (ongeveer) 0,0707 1
- De kans  $P(T < 55 \mid \mu = 60 \text{ en } \sigma = 3,4)$  is ook (ongeveer) 0,0707 1
- De gevraagde kans is (ongeveer)  $0,0707^2 \approx 0,005$  1

### 7 maximumscore 4

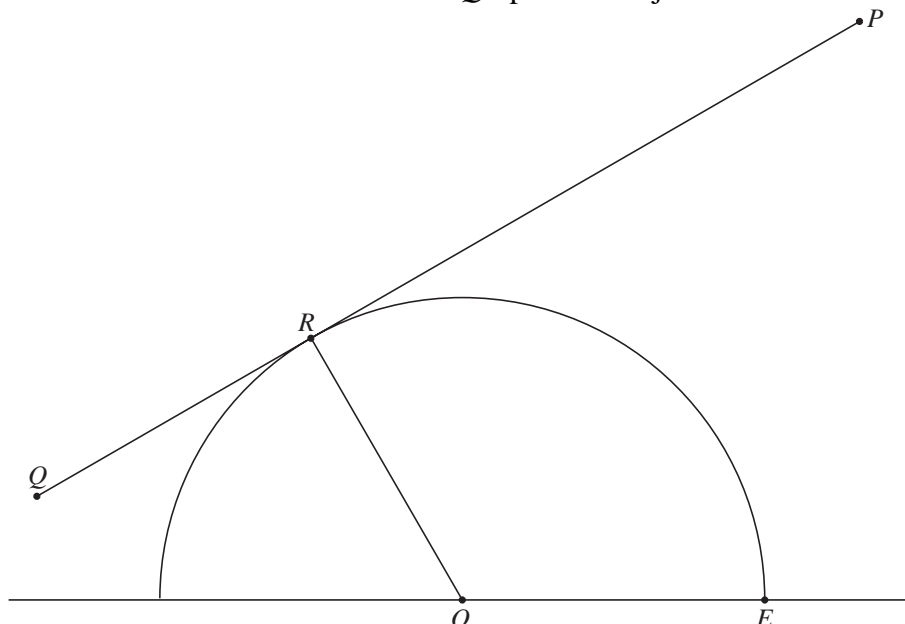
- De gevraagde kans is  $P(V \leq -8 \mid \mu = 0 \text{ en } \sigma = 4,8)$ , waarbij  $V = \text{reistijd tweede bus} - \text{reistijd eerste bus}$  in minuten (of  $P(V \geq 8 \mid \mu = 0 \text{ en } \sigma = 4,8)$ , waarbij  $V = \text{reistijd eerste bus} - \text{reistijd tweede bus}$  in minuten) 2
- Beschrijven hoe deze kans berekend kan worden 1
- De kans is (ongeveer) 0,05 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

### Een buiteling

**8 maximumscore 5**

- Het aangeven van  $R$  op de cirkel zo dat  $\angle EOR = \frac{2}{3}\pi$   
(dus  $\angle EOR = 120^\circ$ ) 1
- Het tekenen van de raaklijn in  $R$  aan de cirkel, loodrecht op  $OR$  1
- In de tekening op de uitwerkbijlage is  $PQ = \pi \cdot 4 \approx 12,6$  cm 1
- In deze tekening is  $PR = \frac{2}{3}\pi \cdot 4 \approx 8,4$  cm 1
- Het correct tekenen van  $P$  en  $Q$  op de raaklijn 1



**9 maximumscore 3**

- De  $x$ -coördinaat van  $P$  is  $OR' + PP'$  1
- $OR' = \cos(t)$  1
- $PP' = t \cdot \sin(t)$  (en dus  $x(t) = \cos(t) + t \cdot \sin(t)$ ) 1

**10 maximumscore 6**

- $x'(t) = -\sin(t) + 1 \cdot \sin(t) + t \cdot \cos(t) = t \cdot \cos(t)$  en  
 $y'(t) = \cos(t) - 1 \cdot \cos(t) - t \cdot -\sin(t) = t \cdot \sin(t)$  3
- $(x'(t))^2 + (y'(t))^2 = (t \cdot \cos(t))^2 + (t \cdot \sin(t))^2 = t^2 \cdot (\cos^2(t) + \sin^2(t)) = t^2$  2
- $v(t) = \sqrt{t^2} = t$  (omdat  $t \geq 0$ ) 1

*Opmerking*

*Als de productregel niet is toegepast, voor deze vraag geen punten toekennen.*

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

## Acceleratietijd

### 11 maximumscore 3

- $\frac{dv}{dt} = 50 \cdot 0,07 \cdot e^{-0,07t} (= 3,5 \cdot e^{-0,07t})$  2
- $t = 0$  invullen geeft de grootste versnelling:  $3,5 \text{ m/s}^2$  1

### 12 maximumscore 4

- $100 \text{ km/uur} = \frac{100}{3,6} \text{ m/s}$  1
- Voor de acceleratietijd  $t$  geldt:  $50 \cdot (1 - e^{-0,07t}) = \frac{100}{3,6} (= 27,77\dots)$  1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- De acceleratietijd is (ongeveer) 12 seconden 1

## Dozen

### 13 maximumscore 4

- De breedte van de doos is  $b - 2x$  1
- De inhoud van de doos is  $x \cdot (b - 2x)^2$  1
- $x \cdot (b - 2x)^2 = x \cdot (b^2 - 4bx + 4x^2)$  1
- Dit is gelijk aan  $4x^3 - 4bx^2 + b^2x$  1

### 14 maximumscore 4

- $I'(\frac{1}{6}b)$  moet gelijk aan 0 zijn 1
- $I'(x) = 12x^2 - 8bx + b^2$  1
- $I'(\frac{1}{6}b) = \frac{12}{36}b^2 - \frac{8}{6}b^2 + b^2$  1
- $\frac{12}{36}b^2 - \frac{8}{6}b^2 + b^2$  herleiden tot 0 1
- of
- $I'(x) = 12x^2 - 8bx + b^2$  1
- $I'(x) = 0$  geeft  $x = \frac{8b \pm \sqrt{64b^2 - 48b^2}}{24}$  1
- $x = \frac{1}{6}b$  of  $x = \frac{1}{2}b$  1
- $x = \frac{1}{2}b$  voldoet niet, dus  $x = \frac{1}{6}b$  1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

## Bridge

**15 maximumscore 6**

- Voor een yarborough moet de speler 0 van de 20 honneurs krijgen en 13 van de 32 andere kaarten 1
  
- De kans op een yarborough is  $\frac{\binom{32}{13}\binom{20}{0}}{\binom{52}{13}}$  1
  
- Dit is (ongeveer) 0,000547 1
- Per spel was de te verwachten winst voor Lord Yarborough  $0,999453 \cdot 1 - 0,000547 \cdot 1000 \approx 0,45$  (pond) 2
- Dus het aanbod zal Lord Yarborough op den duur winst opgeleverd hebben 1

of

- De kans op een yarborough is  $\frac{32}{52} \cdot \frac{31}{51} \cdot \dots \cdot \frac{20}{40}$  2
- Dit is (ongeveer) 0,000547 1
- Per spel was de te verwachten winst voor Lord Yarborough  $0,999453 \cdot 1 - 0,000547 \cdot 1000 \approx 0,45$  (pond) 2
- Dus het aanbod zal Lord Yarborough op den duur winst opgeleverd hebben 1

of

- De kans op een yarborough is  $\frac{32}{52} \cdot \frac{31}{51} \cdot \dots \cdot \frac{20}{40}$  2
- Dit is (ongeveer) 0,000547 1
- $0,000547 < \frac{1}{1001}$ , dus het aanbod zal Lord Yarborough op den duur winst opgeleverd hebben 3

*Opmerking*

*Als geantwoord is ‘ $0,000547 < \frac{1}{1000}$ , dus het aanbod zal Lord Yarborough op den duur winst opgeleverd hebben’, voor deze vraag maximaal 4 punten toekennen.*

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

## Een vuurpijl met tegenwind

### 16 maximumscore 7

- In het hoogste punt geldt:  $\frac{dy}{dx} = 0$  1
- $\frac{dy}{dx} = 2 + 4 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{625 - 10x}} \cdot -10$  2
- $\frac{dy}{dx} = 0$  geeft  $\frac{20}{\sqrt{625 - 10x}} = 2$  1
- $\frac{20}{\sqrt{625 - 10x}} = 2$  geeft  $625 - 10x = 100$  1
- $10x = 525$ , dus  $x = 52,5$  1
- De maximale hoogte is 45 m 1

### 17 maximumscore 3

- In punt A geldt:  $2x - 100 + 4 \cdot \sqrt{625 - 10x} = 2x - 100 - 4 \cdot \sqrt{625 - 10x}$  1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- $x = 62,5$  1

### 18 maximumscore 6

- $2x - 100 - 4 \cdot \sqrt{625 - 10x} = 0$  1
- $2x - 100 = 4 \cdot \sqrt{625 - 10x}$  1
- $(2x - 100)^2 = 16 \cdot (625 - 10x)$  1
- Deze vergelijking herleiden tot  $4x^2 - 240x = 0$  2
- $x = 60$ , dus de vuurpijl komt 60 m vanaf  $O$  op de grond 1

#### *Opmerking*

*Als het antwoord 60 m niet langs algebraïsche weg is gevonden, voor deze vraag maximaal 1 punt toekennen.*