4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Podiumverlichting

1 maximumscore 3

- $\sin\alpha = \dfrac{x}{r}$ 1
- $V = 650 \cdot \dfrac{1}{r} \cdot \dfrac{x}{r} = \dfrac{650x}{r^2}$ 1
- $r^2 = 9 + x^2$ invullen geeft $V = \dfrac{650x}{9+x^2}$ 1

of

- $\sin\alpha = \dfrac{x}{r}$ 1
- $r = \sqrt{9+x^2}$ 1
- $V = 650 \cdot \dfrac{1}{\sqrt{9+x^2}} \cdot \dfrac{x}{\sqrt{9+x^2}} = \dfrac{650x}{9+x^2}$ 1

2 maximumscore 5

- $\dfrac{650x}{9+x^2} = 100$ geeft $x^2 - 6,5x + 9 = 0$ 2
- $(x-2)(x-4,5) = 0$ (of de abc-formule gebruiken of kwadraat afsplitsen) 1
- De oplossingen $x = 2$ en $x = 4,5$ 1
- De hoogte moet minstens 2 meter en hoogstens 4,5 meter zijn 1

3 maximumscore 6

- $V' = \dfrac{650(9+x^2) - 650x \cdot 2x}{(9+x^2)^2}$ 2
- Als V maximaal is, is V' gelijk aan 0 1
- $V' = 0$ geeft $x^2 = 9$ 2
- De hoogte is 3 meter 1

Vraag	Antwoord	Scores

Een familie parabolen

4 **maximumscore 4**

•	De oppervlakte is $\int_0^2 3(2x-x^2)\mathrm{d}x - \int_0^2 2(2x-x^2)\mathrm{d}x$	1
•	Dit is gelijk aan $\int_0^2 (2x-x^2)\mathrm{d}x$	1
•	Een primitieve van $2x-x^2$ is $x^2-\frac{1}{3}x^3$	1
•	De oppervlakte is $1\frac{1}{3}$	1

of

•	De oppervlakte onder p_3 is $\int_0^2 3(2x-x^2)\mathrm{d}x = \left[3x^2-x^3\right]_0^2 = 4$	2
•	De oppervlakte onder p_2 is $\int_0^2 2(2x-x^2)\mathrm{d}x = \frac{2}{3}\cdot 4$	1
•	De gevraagde oppervlakte is $4-\frac{2}{3}\cdot 4 = 1\frac{1}{3}$	1

Opmerking
Als eerst de oppervlakte onder p_2 berekend is en daarna die onder p_3, dan voor de eerste oppervlakte 2 punten toekennen en voor de tweede oppervlakte 1 punt.

Vraag	Antwoord	Scores

5 **maximumscore 5**

•	$n(2x - x^2) = x$	1
•	$x = 1{,}99$ invullen geeft $0{,}0199\,n = 1{,}99$	2
•	Hieruit volgt $n = 100$	1
•	Het antwoord $n > 100$	1

of

•	Beschrijven hoe de x-coördinaat van S_n voor verschillende waarden van n met de GR berekend kan worden	2
•	De x-coördinaat van S_{100} is 1,99	2
•	Het antwoord $n > 100$	1

of

•	$n(2x - x^2) = x$	1
•	$n(2 - x) = 1$ (of $x = 0$)	1
•	$x = 2 - \frac{1}{n}$	1
•	Beschrijven hoe de ongelijkheid $2 - \frac{1}{n} > 1{,}99$ algebraïsch of met de GR opgelost kan worden	1
•	Het antwoord $n > 100$	1

of

•	$n(2x - x^2) = x$	1
•	$nx^2 - 2nx + x = 0$, dus $x(nx - 2n + 1) = 0$	1
•	($x = 0$ of) $x = \dfrac{2n-1}{n}$	1
•	Beschrijven hoe de ongelijkheid $\dfrac{2n-1}{n} > 1{,}99$ algebraïsch of met de GR opgelost kan worden	1
•	Het antwoord $n > 100$	1

6 **maximumscore 5**

•	$\dfrac{dy}{dx} = n(2 - 2x)$	1
•	De richtingscoëfficiënt van de raaklijn in (0, 0) is $2n$	1
•	$R_n = (1, 2n)$	1
•	De top van p_n is $(1, n)$	1
•	n is de helft van $2n$, dus T_n is het midden van AR_n	1

Vraag	Antwoord	Scores

Twee koplampen

7 **maximumscore 3**

- Beschrijven hoe $P(X < 2100 \mid \mu = 2500$ en $\sigma = 450)$ met de GR berekend kan worden — 1
- Deze kans is (ongeveer) 0,187 — 1
- De gevraagde kans is (ongeveer) $0{,}187^2 \approx 0{,}035$ — 1

8 **maximumscore 4**

- De gevraagde kans is $P(-20 < V < 20 \mid \mu = 0$ en $\sigma = 450\sqrt{2})$ — 2
- Beschrijven hoe deze kans met de GR berekend kan worden — 1
- Het antwoord: (ongeveer) 0,025 — 1

Brievenweger

9 **maximumscore 3**

- De draaihoek is ongeveer 30° — 1
- $\alpha \approx \frac{1}{6}\pi$ — 1
- Invullen geeft $y \approx 36$ — 1

of

- De draaihoek is ongeveer 30° — 1
- $\frac{1}{4}\pi \text{ rad} = 45°$ — 1
- $y \approx 70\dfrac{\sin(30°)}{\sin(30° + 45°)} \approx 36$ — 1

Opmerking
Als gewerkt wordt met $\sin(30° + \frac{1}{4}\pi)$, *maximaal 1 punt toekennen.*

10 **maximumscore 4**

- $70\dfrac{\sin\alpha}{\sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi)} = 70$, dus $\sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi) = \sin\alpha$ — 1
- $\alpha + \frac{1}{4}\pi = \pi - \alpha$ — 2
- $\alpha = \frac{3}{8}\pi$ — 1

Vraag	Antwoord	Scores

11 maximumscore 4

- $\dfrac{dy}{d\alpha} = 70 \cdot \dfrac{\cos\alpha \cdot \sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi) - \sin\alpha \cdot \cos(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}$ 2
- $\cos\alpha \cdot \sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi) - \sin\alpha \cdot \cos(\alpha + \frac{1}{4}\pi) = \sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi - \alpha)$ 1
- $\dfrac{dy}{d\alpha} = 70 \cdot \dfrac{\sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi - \alpha)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)} = \dfrac{70\sin(\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}$ 1

of

- $\dfrac{dy}{d\alpha} = 70 \cdot \dfrac{\cos\alpha \cdot \sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi) - \sin\alpha \cdot \cos(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}$ 2
- $\sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi) = \sin\alpha \cdot \cos(\frac{1}{4}\pi) + \cos\alpha \cdot \sin(\frac{1}{4}\pi)$ en
  $\cos(\alpha + \frac{1}{4}\pi) = \cos\alpha \cdot \cos(\frac{1}{4}\pi) - \sin\alpha \cdot \sin(\frac{1}{4}\pi)$ invullen 1
- Dit geeft $\dfrac{dy}{d\alpha} = 70 \cdot \dfrac{\sin(\frac{1}{4}\pi) \cdot \left(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha\right)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)} = \dfrac{70\sin(\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}$ 1

12 maximumscore 3

- $\dfrac{dy}{d\alpha}$ is minimaal als $\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)$ maximaal is 1
- $\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)$ is maximaal als $\sin(\alpha + \frac{1}{4}\pi) = 1$ 1
- Dit is het geval als $\alpha = \frac{1}{4}\pi \approx 0{,}79$ 1

of

- Beschrijven hoe met de GR de waarde van α gevonden kan worden waarvoor $\dfrac{70\sin(\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}$ minimaal is 2
- $\alpha \approx 0{,}79$ 1

of

- $\dfrac{d}{d\alpha}\left(\dfrac{70\sin(\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}\right) = 70\sin(\frac{1}{4}\pi) \cdot \dfrac{-2\cos(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}{\sin^3(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}$ 1
- Voor de gezochte waarde van α is $\dfrac{d}{d\alpha}\left(\dfrac{70\sin(\frac{1}{4}\pi)}{\sin^2(\alpha + \frac{1}{4}\pi)}\right)$ gelijk aan 0, dus
  $\cos(\alpha + \frac{1}{4}\pi) = 0$ 1
- Dit is het geval als $\alpha = \frac{1}{4}\pi \approx 0{,}79$ 1

Opmerking
Gezien de context is het niet nodig aan te tonen dat de extreme waarde een minimum is.

Vraag	Antwoord	Scores

Krasbal

13 **maximumscore 4**

- Het aantal verschillende speelvelden is $\binom{8}{4}$ — 1
- Het aantal verschillende scoringsvelden is $\binom{4}{2}$ — 1
- Het aantal verschillende krasbalkaarten is $\binom{8}{4}\cdot\binom{4}{2}$ — 1
- Dit is $70\cdot 6=420$ — 1

14 **maximumscore 4**

- De kortste wedstrijd is PD; deze heeft lengte 2 — 1
- Een langste wedstrijd is bijvoorbeeld VVVVPMPMPD — 2
- De grootste lengte is 10 — 1

15 **maximumscore 4**

- De wedstrijden met lengte 4 zijn VVPD en PMPD — 1
- De kans op VVPD is $\frac{4}{8}\cdot\frac{3}{7}\cdot\frac{4}{6}\cdot\frac{2}{4}$ — 1
- De kans op PMPD is $\frac{4}{8}\cdot\frac{2}{4}\cdot\frac{3}{7}\cdot\frac{2}{3}$ — 1
- Het antwoord $\frac{1}{14}+\frac{1}{14}=\frac{1}{7}$ (of ongeveer 0,14) — 1

16 **maximumscore 4**

- Veronderstel dat Ruud eerlijk speelt, dus met kans $\frac{1}{2}$ als eerste vakje een P open krast — 1
- Het aantal keren X dat Ruud als eerste een vakje P open krast is dan binomiaal verdeeld met n = 10 en p = $\frac{1}{2}$ — 1
- Beschrijven hoe $P(X \geq 8 \mid n = 10 \text{ en } p = \frac{1}{2})$ met de GR berekend kan worden — 1
- Deze kans is (ongeveer) 0,055 — 1

Vraag	Antwoord	Scores

De functie $f(x) = \mathrm{e}^x$

17 maximumscore 4

- De oppervlakte is $1 \cdot \mathrm{e}^{a+1} - \int_a^{a+1} \mathrm{e}^x \mathrm{d}x$ 1
- $\int_a^{a+1} \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \mathrm{e}^{a+1} - \mathrm{e}^a$ 1
- De oppervlakte is $\mathrm{e}^{a+1} - (\mathrm{e}^{a+1} - \mathrm{e}^a) = \mathrm{e}^a$ 1
- $\mathrm{e}^a = 3$ dus $a = \ln 3$ 1

of

- De oppervlakte is $\int_a^{a+1} \left(\mathrm{e}^{a+1} - \mathrm{e}^x\right) \mathrm{d}x$ 1
- Een primitieve is $\mathrm{e}^{a+1} \cdot x - \mathrm{e}^x$ 1
- De oppervlakte is $\mathrm{e}^{a+1}(a+1) - \mathrm{e}^{a+1} - (\mathrm{e}^{a+1} \cdot a - \mathrm{e}^a) = \mathrm{e}^a$ 1
- $\mathrm{e}^a = 3$ dus $a = \ln 3$ 1

18 maximumscore 4

- De richtingscoëfficiënt van AB is $\dfrac{\mathrm{e}^{a+1} - \mathrm{e}^a}{a+1-a}$ $(= \mathrm{e}^{a+1} - \mathrm{e}^a)$ 2
- Beschrijven hoe de vergelijking $\mathrm{e}^{a+1} - \mathrm{e}^a = 1$ met de GR of algebraïsch opgelost kan worden 1
- Het antwoord: $a < -0{,}54$ 1

19 maximumscore 4

- De lengte is $\int_1^2 \sqrt{1 + (\mathrm{e}^x)^2}\, \mathrm{d}x$ 2
- Beschrijven hoe deze integraal met de GR kan worden berekend 1
- Het antwoord: ongeveer 4,79 1

Vraag	Antwoord	Scores

20 **maximumscore 5**

- Het omwentelingslichaam van het stuk onder de grafiek van f heeft inhoud $\pi \cdot \int_0^1 e^{2x} dx$ — 1
- Beschrijven hoe deze integraal met een primitieve of met de GR berekend kan worden — 1
- Het omwentelingslichaam van het stuk onder de grafiek van f heeft inhoud $\frac{1}{2}\pi(e^2 - 1)$ (of ongeveer 10) — 1
- Het omwentelingslichaam van de hele rechthoek heeft inhoud $\pi \cdot e^2 \cdot 1$ (≈ 23) — 1
- $\frac{1}{2}\pi(e^2 - 1)$ is niet de helft van πe^2 (of 10 is niet de helft van 23), dus de twee omwentelingslichamen hebben niet dezelfde inhoud — 1

of

- Het omwentelingslichaam van het stuk onder de grafiek van f heeft inhoud $\pi \cdot \int_0^1 e^{2x} dx$ — 1
- Beschrijven hoe deze integraal met een primitieve of met de GR berekend kan worden — 1
- Het omwentelingslichaam van het stuk onder de grafiek van f heeft inhoud $\frac{1}{2}\pi(e^2 - 1)$ (of ongeveer 10) — 1
- Het omwentelingslichaam van het stuk tussen de lijn $y = e$ en de grafiek van f heeft inhoud $\pi \int_0^1 \left(e^2 - e^{2x}\right) dx$ — 1
- De inhoud van dit omwentelingslichaam is $\frac{1}{2}\pi(e^2 + 1)$ (of ongeveer 13), dus de twee omwentelingslichamen hebben niet dezelfde inhoud — 1

Opmerking

Als $\pi \int_0^1 (e - e^x)^2 dx$ *is berekend, maximaal 3 punten toekennen.*