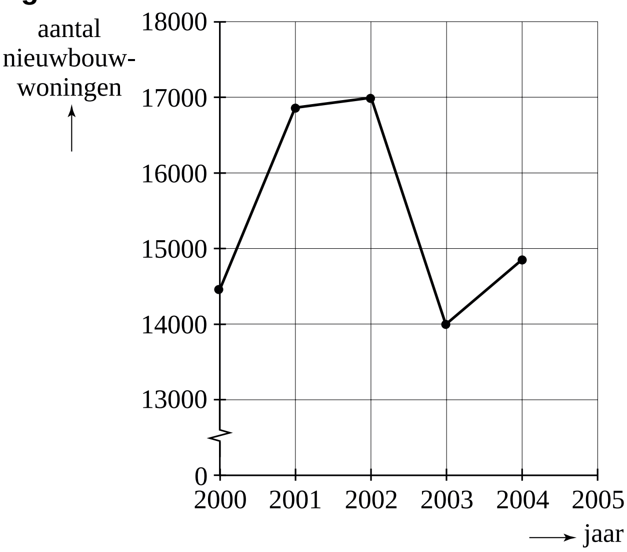
Controle bij nieuwbouw

In Nederland worden veel woningen gebouwd. In figuur 1 zie je een grafiek van de aantallen nieuwbouwwoningen die in Zuid-Holland zijn gebouwd in de jaren 2000 tot en met 2004.

figuur 1

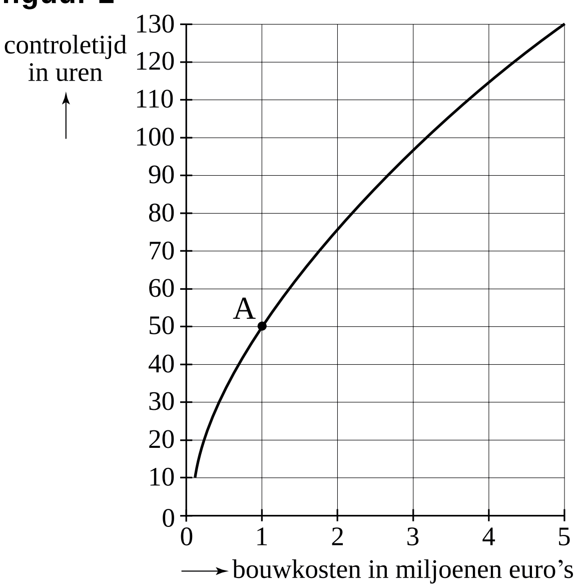


In 2004 was men niet tevreden met het aantal nieuwbouwwoningen. Men wilde graag in 2005 even veel nieuwbouwwoningen bouwen als in 2002. Het aantal nieuwbouwwoningen in 2005 moest dan een flink percentage hoger zijn dan het aantal in 2004.

4p **1** Bereken met behulp van figuur 1 dit percentage.

Bij de bouw van woningen en gebouwen controleert de overheid of de constructie veilig is. Deze controle kost tijd. Hoe duurder het gebouw, hoe meer controletijd men denkt nodig te hebben. Het verband tussen de benodigde controletijd en de bouwkosten is weergegeven in figuur 2.

figuur 2



Van een gebouw A zijn de bouwkosten 1 miljoen euro. In figuur 2 is af te lezen dat de controletijd van gebouw A 50 uren is.
Een gebouw B is twee keer zo duur als gebouw A.

3p **2** Hoeveel keer zo groot is de controletijd van gebouw B ten opzichte van de controletijd van gebouw A? Licht je werkwijze toe.

Volgens ingenieur Van Overveld kan de grafiek in figuur 2 goed worden benaderd door de volgende formule:

$$C = \left(1{,}544 + 0{,}245 \cdot \log K\right)^9$$

Hierin is C de benodigde controletijd in uren en K de geraamde bouwkosten in miljoenen euro's. Deze formule is gebaseerd op het prijspeil van het jaar 2003. We gaan ervan uit dat de formule ook geldig is voor gebouwen die meer dan 5 miljoen euro kosten.

In 2003 werden de plannen goedgekeurd voor de bouw van het Museum voor Beeld en Geluid. De bouwkosten werden geraamd op 50 miljoen euro.

3p **3** Bereken het aantal uren dat volgens de formule nodig zou zijn voor de controle.

In 2003 werd het ontwerp van het Nieuwe Rijksmuseum goedgekeurd. Volgens de formule zou de benodigde controletijd zo'n 950 uur bedragen.

3p **4** Bereken hoeveel miljoen euro de geraamde bouwkosten van het Nieuwe Rijksmuseum waren.

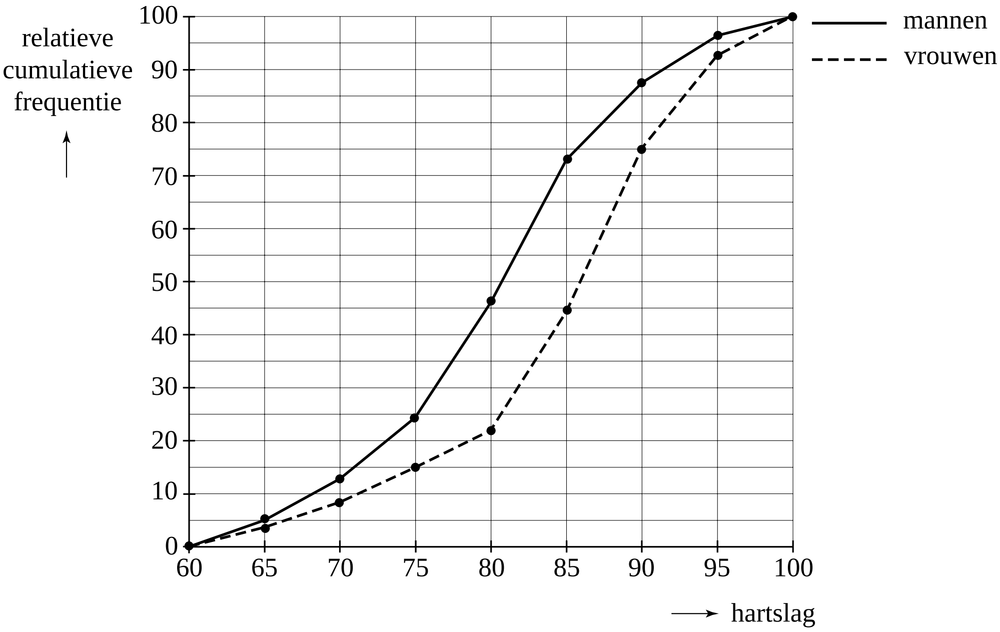
De formule kan ook gebruikt worden voor de jaren na 2003. Maar dan moet voor de bouwkosten wel het bedrag genomen worden dat dit gebouw in 2003 zou hebben gekost.
We willen de controletijd berekenen van een gebouw waarvan in 2007 de bouwkosten 62,7 miljoen euro bedragen. De bouwkosten zijn in de periode 2003-2007 jaarlijks met 4% gestegen.

5p **5** Bereken de controletijd van dit gebouw.

Hartslag

Niet alleen in fitnesscentra maar ook bij andere trainingen letten veel sporters op hun hartslag. Ze gebruiken daarvoor een hartslagmeter. De hartslag is het aantal keren dat het hart per minuut klopt en wordt altijd op een geheel getal afgerond.
Bij een fitnesscentrum heeft men van alle nieuwe leden de hartslag gemeten bij het begin van de eerste training. Het resultaat daarvan is weergegeven in twee relatieve cumulatieve frequentiepolygonen. Zie figuur 3.

figuur 3



In figuur 3 lees je bijvoorbeeld af dat 75% van de vrouwen een hartslag heeft van 90 of lager.

Figuur 3 staat ook op de uitwerkbijlage. Uit deze figuur kunnen we een boxplot afleiden die hoort bij de verdeling van de hartslag van de vrouwen.

4p **6** Teken deze boxplot op de uitwerkbijlage. Licht je werkwijze toe.

Van de nieuwe leden van het fitnesscentrum is de hartslag van de mannen bij benadering normaal verdeeld. Dat betekent dat van de hartslag van de mannen het gemiddelde en de standaardafwijking kunnen worden bepaald aan de hand van figuur 3.

4p **7** Hoe groot zijn het gemiddelde en de standaardafwijking van de hartslag van de mannen? Licht je werkwijze toe.

Bij verschillende vormen van training horen vier zogenoemde trainingszones: de zone voor gewichtsverlies, de zone voor fitheid, de zone voor conditie en de zone voor prestatie. Bij elke zone hoort een ondergrens en een bovengrens waartussen de hartslag zich tijdens de training moet bevinden. Deze grenzen zijn een percentage van de maximale hartslag van de betreffende persoon.

In tabel 1 vind je voor elk van de vier trainingszones de percentages die horen bij de ondergrens en de bovengrens.

tabel 1

trainingszone	toelichting	ondergrens	bovengrens
gewichtsverlies	lichte inspanning, bijv. wandelen, fietsen 	50%	60%
fitheid	licht intensief, bijv. stevig wandelen, aerobics 	60%	75%
conditie	uithoudingsvermogen verbeteren, bijv. hardlopen 	75%	85%
prestatie	alleen voor goed getrainde sporters 	85%	95%

Tabel 1 geldt voor mannen en vrouwen. In tabel 1 kun je bijvoorbeeld aflezen dat, als je in de zone ‘conditie’ traint, je hartslag tijdens de training tussen 75% en 85% van je maximale hartslag moet blijven.
De maximale hartslag hangt af van de leeftijd en het geslacht.
Er zijn verschillende methoden om de maximale hartslag te berekenen.
Bij **methode 1** gebruikt men de volgende formules:

Vrouwen: $maximale\ hartslag = 220 - 0{,}7 \cdot l$

Mannen: $maximale\ hartslag = 220 - 0{,}9 \cdot l$

In beide formules is l de leeftijd in jaren. De maximale hartslag wordt altijd op gehelen afgerond.

Marieke is een vrouw die wil gaan trainen in de zone ‘gewichtsverlies’. Met methode 1 en tabel 1 heeft ze berekend dat in deze trainingszone een hartslag van 98 voor haar de ondergrens is.

3p **8** Bereken de leeftijd van Marieke.

Bij **methode 2** worden andere formules gebruikt om de maximale hartslag te berekenen. Dat leidt dan ook vaak tot een andere maximale hartslag.
Voor mannen gebruikt men bij methode 2 de volgende formule:

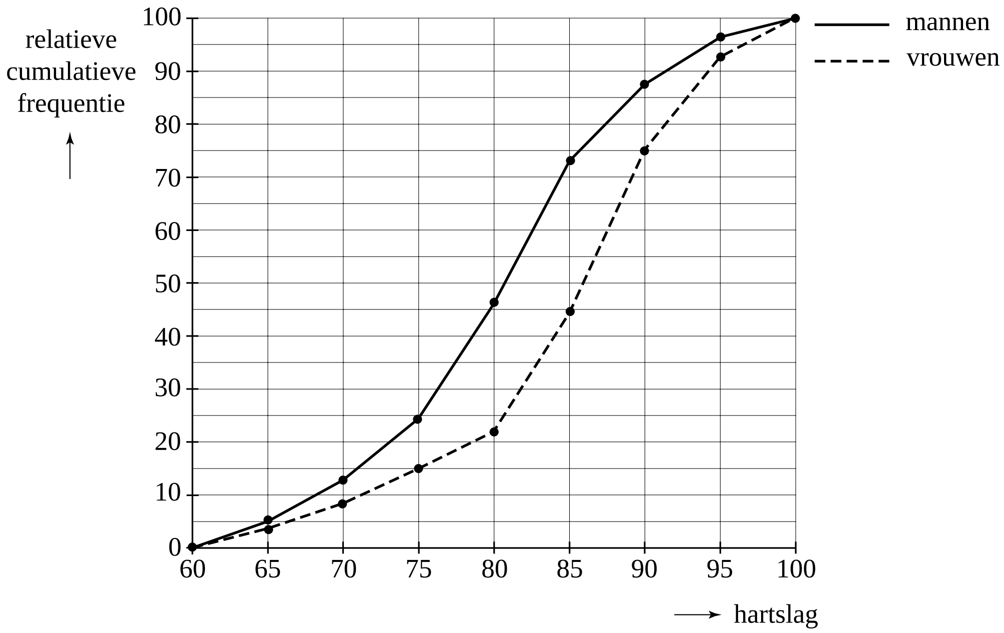
$$maximale\ hartslag = 214 - 0{,}8 \cdot l$$

Ook hier wordt de maximale hartslag afgerond op een geheel getal. Door dat afronden zijn er verschillende leeftijden waarbij de formules van methode 1 en methode 2 voor mannen dezelfde maximale hartslag geven.

4p **9** Noem twee leeftijden waarvoor beide methodes dezelfde maximale hartslag opleveren. Licht je antwoord toe.

uitwerkbijlage

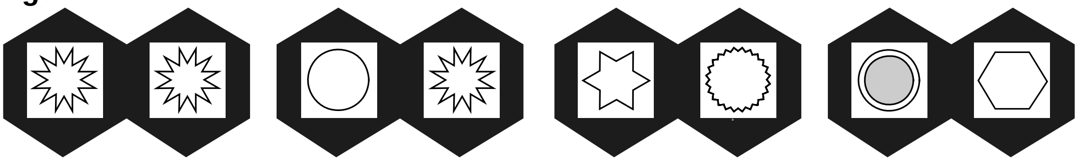
6



Genius

Genius is een bordspel voor 1 tot en met 4 spelers. Tijdens het spel moeten de spelers **tegels** op het speelveld plaatsen. Een tegel heeft de vorm van twee zeshoeken die met een zijde aan elkaar vast zitten. Deze tegels zitten in een zak.
Op elke tegel staan twee symbolen. Dat kunnen twee dezelfde symbolen of twee verschillende symbolen zijn. Er zijn zes verschillende symbolen: 12-puntige ster, cirkel, 6-puntige ster, zon, gevulde cirkel en zeshoek. In figuur 4 zijn vier tegels afgebeeld.

figuur 4



Elke mogelijke tegel met twee dezelfde symbolen komt 5 keer voor. Tegel A in figuur 4 komt dus 5 keer voor.
Elke mogelijke tegel met twee verschillende symbolen komt 6 keer voor. Dus bijvoorbeeld de tegel met een cirkel en een 12-puntige ster (tegel B in figuur 4) komt 6 keer voor.

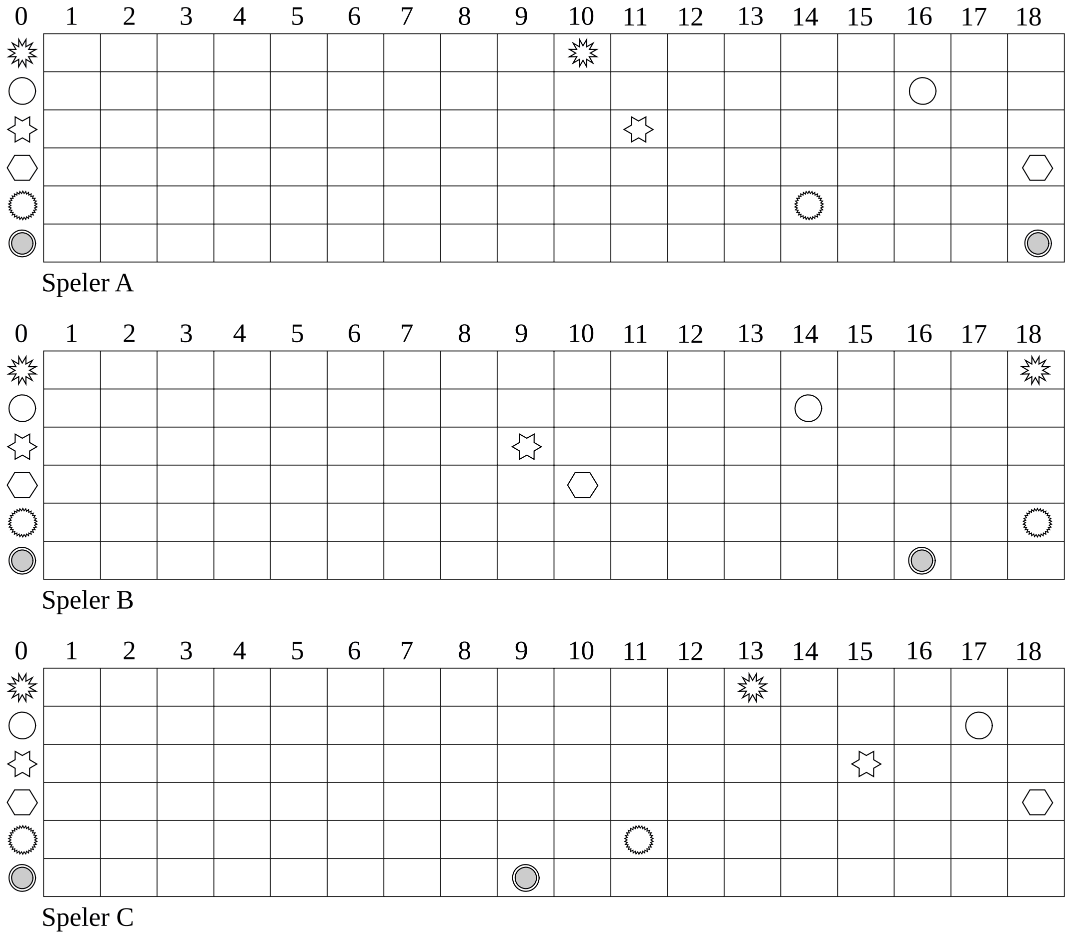
5p **10** Bereken het totale aantal tegels dat bij Genius wordt gebruikt.

Elke speler krijgt aan het begin van het spel zes tegels. De overige tegels blijven in de zak. In je beurt moet je een tegel op het speelbord leggen. Vervolgens pak je blindelings een nieuwe tegel uit de zak.
Tijdens een spel heeft Edwin op een gegeven moment geen enkele tegel meer over waarop een zon staat. Volgens een bepaalde spelregel mag hij nu zijn zes tegels opzij leggen en blindelings zes nieuwe tegels uit de zak pakken. In de zak zitten op dat moment nog 50 tegels, waarvan op 17 tegels één of twee zonnen zijn afgebeeld. Edwin pakt zes tegels uit de zak en hoopt dat hij minstens één tegel met één of twee zonnen pakt.

4p **11** Bereken de kans dat Edwins hoop uitkomt.

Elke speler heeft een scorekaart. Daarop wordt voor elk symbool de score, het behaalde aantal punten, bijgehouden. Hoe de punten worden behaald doet hier verder niet ter zake. In figuur 5 staan drie scorekaarten.
Bij Genius moet een speler proberen met alle symbolen zo veel mogelijk punten te halen. De **eindscore** is het aantal punten van het symbool waarmee de speler de **minste** punten heeft behaald. Winnaar is degene met de hoogste eindscore. Als twee spelers dezelfde eindscore hebben, wordt gekeken naar de op een na laagste score, enzovoort.

figuur 5



In figuur 5 heeft speler A een eindscore van 10 punten en de spelers B en C ieder 9 punten. Speler A wint dus van de spelers B en C. Speler C wint van speler B omdat de op een na laagste score bij speler C 11 punten is en bij speler B 10.
Op de scorekaarten is ook te zien dat voor elk symbool maximaal 18 punten behaald kunnen worden.
Het spel werd gespeeld door vier spelers. De scorekaart van speler D is niet afgebeeld. Wel weten we dat de gemiddelde score van speler D voor de zes symbolen in dit spel precies 16 punten is.

4p **12** Leg met een getallenvoorbeeld uit dat het mogelijk is dat speler D niet de winnaar is.

Edwin speelt 25 spelletjes Genius met Frits en Gerard. Ga ervan uit dat ze alle drie even goed zijn en dat dus bij elk spelletje de kans dat Edwin wint gelijk is aan $\frac{1}{3}$.

4p **13** Bereken de kans dat Edwin van deze 25 spelletjes er minstens 12 wint.

Schooltafels

Jongens van eenzelfde leeftijd zijn natuurlijk niet allemaal even lang. Per leeftijd is er steeds een zekere verdeling van de verschillende lengtes. Voor elke leeftijd is de lengte van Nederlandse jongens normaal verdeeld. Ook de lengte van Nederlandse meisjes is voor elke leeftijd normaal verdeeld.
In 1997 was de lengte van 17-jarige jongens gemiddeld 181 cm met een standaardafwijking van 8 cm.
In 1997 was de lengte van 17-jarige meisjes gemiddeld 169 cm met een standaardafwijking van 7 cm.

In 1997 beweerde iemand over 17-jarigen dat het percentage van de jongens die langer zijn dan 185 cm ongeveer 30 keer zo groot is als het percentage van de meisjes die langer zijn dan 185 cm.

5p **14** Onderzoek met een berekening of deze bewering juist is.

De Nederlandse jongeren worden steeds langer. Daarom gaan steeds meer scholen er toe over om in klaslokalen een aantal hoge tafels te plaatsen. Lange leerlingen kunnen dan op een geschikte hoogte werken. In deze opgave noemen we een leerling die minstens 185 cm lang is een ‘lange’ leerling.

foto

Het Evenaar College heeft in 6vwo 94 leerlingen onder wie 22 lange leerlingen. Bij het samenstellen van de klassen wordt natuurlijk niet gelet op de lengte van de leerlingen. In 6vwo-klas 6Va komen willekeurig 14 leerlingen.

4p **15** Bereken de kans dat klas 6Va precies 5 lange leerlingen bevat.

Volgens de nieuwe Europese norm voor schoolmeubilair is niet de lichaamslengte maar de knieholtehoogte bepalend voor de optimale afmetingen van schooltafels. In tabel 2 staan vier typen tafels. Elk type wordt aangeduid met een kleur. In de tabel is te zien voor welke knieholtehoogten elk type geschikt is.

tabel 2

type	**knieholtehoogte** (mm) (zonder schoenen)	**hoogte tafel** (cm)
rood	355-405	64
groen	405-435	71
blauw	435-485	76
bruin	>485	82

Voor jongens van 17-18 jaar is de knieholtehoogte normaal verdeeld met een gemiddelde van 489 mm en een standaardafwijking van 27 mm.
Voor meisjes van 17-18 jaar is de knieholtehoogte normaal verdeeld met een gemiddelde van 449 mm en een standaardafwijking van 26 mm.

Een school wil voor 120 leerlingen van 17-18 jaar nieuwe schooltafels aanschaffen met de juiste afmetingen volgens tabel 2. Ga ervan uit dat er even veel jongens als meisjes zijn.

5p **16** Bereken hoeveel exemplaren van het type groen de school zou moeten aanschaffen.

Bij aanschaf van nieuw schoolmeubilair schenken veel Nederlandse scholen het oude meubilair aan hulporganisaties. Deze organisaties sturen het meubilair naar Oost-Europese landen. In deze landen zijn nog veel scholen, maar ook andere instellingen, die geen of heel weinig geld hebben om regelmatig nieuwe tafels, stoelen en andere apparatuur te kopen.
In tabel 3 staan de jaarcijfers voor onderwijsprojecten van zo'n hulporganisatie.

tabel 3

	2002	2003	2004	2005
Onderwijsprojecten	€ 25 597	€ 29 467	€ 33 870	€ 39 051

In tabel 3 zie je bijvoorbeeld dat in het jaar 2005 deze organisatie 39 051 euro besteedt aan onderwijsprojecten. Bij nadere bestudering van de cijfers blijkt dat er jaarlijks een bij benadering exponentiële toename is van het bedrag dat wordt besteed aan onderwijsprojecten. Neem aan dat deze groei in de volgende jaren zo doorgaat.

4p **17** Bereken hoeveel euro deze organisatie in 2010 aan onderwijsprojecten besteedt.

Zes gooien

Bij sommige spelletjes moet een speler eerst met een dobbelsteen een zes gooien voordat hij verder mag spelen. Soms gooit zo'n speler al in de eerste worp een zes, maar soms gooit hij bijvoorbeeld pas in de 10e worp een zes.
In onderstaande tabel zie je een begin van een overzicht van de kansen om pas na een bepaald aantal worpen de eerste zes te gooien. Deze kansen zijn afgerond op vier decimalen.

tabel 4

Aantal worpen n	1	2	3	4	…
P(1e keer zes bij n-de worp)	0,1667	0,1389	0,1157	0,0965	…

In de tabel zie je bijvoorbeeld dat de kans om pas in de 4e worp de eerste zes te gooien afgerond 0,0965 is.

4p **18** Bereken de kans om pas in de 7e worp de eerste zes te gooien.

De kansen in tabel 4 vormen een meetkundige rij.
Voor het verband tussen de kansen geldt de volgende recursieve formule:

$$P_n = \tfrac{5}{6} \cdot P_{n-1} \text{ , met } P_1 = \tfrac{1}{6}$$

Hierbij is P_n de kans om de eerste zes te gooien bij de n-de worp.

In plaats van deze recursieve formule kan voor deze rij ook een directe formule worden opgesteld.

3p **19** Geef de directe formule voor P_n.

De verwachtingswaarde E van het aantal worpen dat nodig is om de eerste zes te gooien kan worden berekend met de formule:

$$E = 1 \cdot P_1 + 2 \cdot P_2 + 3 \cdot P_3 + 4 \cdot P_4 + \ldots$$

Deze berekening gaat oneindig ver door. Je kunt de waarde van E benaderen door de berekening na een aantal termen te stoppen. De uitkomst die je krijgt door te stoppen na n termen, noemen we S_n.

Hiervoor geldt dus de formule:

$$S_n = 1 \cdot P_1 + 2 \cdot P_2 + 3 \cdot P_3 + \ldots + n \cdot P_n$$

Berekend kan worden dat $S_{30} \approx 5{,}8483$.

S_{31} kun je berekenen met behulp van de waarde van S_{30}.

4p **20** Bereken S_{31}.