

## Risk of Ruin

In casino's kun je veel geld verliezen. Uit zelfbescherming nemen sommige bezoekers van casino's een beperkte hoeveelheid geld mee. In dat geval kan het gebeuren dat een speler na een tijdje niet meer verder kan spelen omdat het geld op is. Het risico dat dit gebeurt, staat bekend als *risk of ruin*.

In deze opgave volgen we Mark. Mark speelt regelmatig in casino's. Uit zelfbescherming neemt hij altijd maar één euro mee.

Mark speelt altijd roulette. Bij roulette komt bij elke speelronde een balletje aselect op één van de nummers 0 tot en met 36. Van deze nummers zijn er 18 rood. De kans dat het

rouletteballetje op 'rood' komt, is dus  $\frac{18}{37}$ . Zolang Mark geld heeft, zet hij bij elke ronde

1 euro in op 'rood'.

We gaan in deze opgave uit van een eenvoudige vorm van roulette. Als het rouletteballetje op 'rood' komt, krijgt Mark 2 euro terug en heeft hij dus 1 euro winst. Als het balletje niet op 'rood' komt, is Mark zijn inzet kwijt en heeft hij dus 1 euro verlies.

Mark stopt na een vooraf afgesproken maximaal aantal ronden, of eerder wanneer zijn geld op is.



*Open het bestand ROULETTE.XLS*

Je ziet hier een roulette-draaischijf. Bij de opening van het bestand ligt het rouletteballetje bij 0. Met de schuifbalk rechtsboven kun je instellen hoeveel ronden Mark maximaal speelt. Bij het openen van het bestand staat dit aantal ingesteld op 3. Wanneer je op het veld **Start** klikt, begint de simulatie. Onder het kopje 'Saldo' zie je hoeveel euro Mark na iedere ronde heeft. De simulatie stopt na het ingestelde aantal ronden, of eerder wanneer het geld op is. (N.B.: Let op dat je slechts één keer op **Start** klikt. Anders krijg je meer simulaties achter elkaar. Je kunt de simulaties overigens afbreken door op de toets ESC op je toetsenbord te drukken.)

Na afloop van de simulatie kun je door op **Reset** te klikken ervoor zorgen dat dezelfde uitgangsspositie ontstaat als bij het openen van het bestand.



*Laat bij het bestand ROULETTE.XLS het maximaal aantal ronden op 3 ingesteld staan. Speel een aantal simulaties.*

Wanneer je erop let of in een simulatie twee of drie keer achter elkaar dezelfde kleur optreedt, dan zul je merken dat er ongeveer twee keer zoveel simulaties zijn met twee of drie keer achtereenvolgend rood als met twee keer achtereenvolgend zwart.

3p **12** □ Geef hiervoor een verklaring.



*Stel bij het bestand ROULETTE.XLS het maximaal aantal ronden in op 5. Speel enkele malen het roulettespel.*

Het kan vóórkomen dat een simulatie al na minder dan vijf ronden eindigt, met een saldo van 0 euro. Het kan ook dat een simulatie vijf ronden duurt. Dan kan het saldo op zijn hoogst 6 euro zijn. Je merkt waarschijnlijk dat het niet vaak gebeurt dat een simulatie met een saldo van 6 euro eindigt.

4p **13** □ Bereken de kans dat zo'n simulatie met een saldo van minder dan 6 euro eindigt.

Neem weer aan dat Mark maximaal vijf ronden speelt.

Als Mark bij een ronde wint, duiden we dat aan met een W. Als Mark bij een ronde verliest, duiden we dat aan met een V. Bijvoorbeeld de serie WWWV betekent dat Mark bij de eerste vier ronden wint en bij de vijfde ronde verliest. Dan eindigt hij met een saldo van 4 euro, dus heeft hij 3 euro winst gemaakt. Bij de series WWWVW, WWVWW en VVWWW maakt Mark ook 3 euro winst.

# Complex wiskunde A1 vwo 2006-I

Er is ook een aantal series van vijf rondes waarbij Mark eindigt met 1 euro winst. Dit aantal kun je gebruiken om de kans te berekenen dat Mark, wanneer hij maximaal vijf rondes speelt, eindigt met 1 euro winst.

5p **14**  Bereken deze kans.



*Sluit Excel af zonder wijzigingen op te slaan.*

We gaan Mark nu eens 100 avonden volgen. Elke avond start hij met 1 euro. Mark speelt op een avond maximaal 50 rondes. Het aantal euro's dat Mark dan heeft, neemt hij mee naar huis. In het bestand RISKRUIN.XLS blad 1 is voor 100 avonden gesimuleerd hoe de financiële situatie van Mark kan verlopen.



*Open het Excelbestand RISKRUIN.XLS blad 1.*

In de lichtgele cellen in rij 7 tot en met 32 en kolom E tot en met BC staat bij elke ronde op hoeveel van de 100 avonden Mark na die ronde 0, 1, 2, ... euro heeft. Iedere keer als je op de toets F9 op je toetsenbord drukt (of als je het bestand RISKRUIN.XLS opnieuw opent), wordt de simulatie voor de 100 avonden opnieuw uitgevoerd.

In figuur 5 zie je een gedeelte afgebeeld van de kolommen C tot en met P, zoals die er na een simulatie uit kunnen zien.

figuur 5

	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
21		11												
22		10												
23		9												
24		8												2
25		7							3		2		3	
26		6						3		5		5		5
27		5					6		5		6		5	
28		4				10		6		5		4		3
29		3			17		12		6		5		4	
30		2		44		21		15		9		8		5
31		1	100		27		13		10		6		5	
32		0		56	56	69	69	76	76	81	81	83	83	85
33	<b>Ronde-</b>													
34	<b>nummer:</b>		<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>

In figuur 5 lees je in cel E31 af dat Mark 100 avonden speelt. In kolom F zie je dat Mark op 44 avonden na 1 ronde 2 euro heeft (zie cel F30) en op 56 avonden na 1 ronde geen geld meer heeft (zie cel F32).

In kolom J zie je wat de resultaten na 5 rondes zijn. Van de honderd avonden zijn er 76 avonden waarop Mark na 5 rondes geen geld meer heeft (zie cel J32); er zijn 15 avonden waarop Mark na 5 rondes 2 euro heeft (zie cel J30); op 6 avonden heeft hij na 5 rondes 4 euro (zie cel J28) en op 3 avonden heeft hij na 5 rondes 6 euro (zie cel J26).

4p **15**  Bereken op hoeveel van de 15 avonden waarop Mark na 5 rondes 2 euro heeft, hij een ronde daarvoor nog 3 euro had.

Simuleer in het Excelbestand enkele malen de 100 speelavonden. Je ziet dan telkens dat in de onderste rij gele cellen F32 tot en met BC32 steeds twee dezelfde getallen naast elkaar staan. Zo zie je in figuur 5 in de cellen F32 en G32 hetzelfde getal 56 staan, in de cellen H32 en I32 het getal 69, enz.

3p **16**  Leg uit dat Mark nooit bij een even rondenummer (dus rondenummer twee, vier, enzovoort) zijn laatste euro kan verliezen.

Aan de getallen in de rij cellen F32 tot en met BC32 van RISKRUIN.XLS blad 1 zie je dat de kans groot is dat Mark binnen 50 rouletteronden geen geld meer heeft. We gaan nu kijken naar de kans dat Mark na een bepaald aantal ronden geen geld meer heeft.

De kans dat Mark na precies 5 ronden geen geld meer heeft, noemen we  $P(5)$ . Omdat alleen de 2 series WWVVV en VVVVV tot gevolg hebben dat Mark na precies

5 ronden geen geld meer heeft, geldt:  $P(5) = 2 \left( \frac{18}{37} \right)^2 \left( \frac{19}{37} \right)^3 = 0,0641$ .

Op soortgelijke wijze is de kans te berekenen dat Mark na precies 7 ronden geen geld meer heeft. Deze kans noemen we  $P(7)$ . In plaats van de kans  $P(7)$  te berekenen, kun je ook een schatting maken van  $P(7)$  op basis van simulaties met de computer.



Voer 10 keer een simulatie uit in het bestand RISKRUIN.XLS blad 1.

- 4p 17  Maak aan de hand van de resultaten van de simulaties een schatting van de kans  $P(7)$ . Licht je werkwijze toe.

In plaats van 100 speelavonden kan ook een groter aantal speelavonden van Mark worden gesimuleerd. Bij een simulatie zijn 1 000 000 denkbeeldige speelavonden van Mark gesimuleerd met behulp van een computer. Daarbij is rekening gehouden met het gegeven dat Mark op een speelavond altijd met 1 euro begint en dat hij maximaal 50 ronden op een avond speelt.

Het resultaat van deze simulatie met de computer van 1 miljoen speelavonden is als volgt. Slechts op 89 317 avonden houdt Mark nog geld over na 50 ronden. Op de overige 910 683 avonden verliest Mark al zijn geld. Van deze 910 683 avonden heeft de computer bijgehouden op hoeveel avonden Mark na precies 1 ronde geen geld meer heeft, op hoeveel avonden na precies 3 ronden, na precies 5 ronden, etcetera. Het resultaat staat in het Excelbestand RISKRUIN.XLS blad 2.



Open het Excelbestand RISKRUIN.XLS blad 2.

In de eerste kolom zie je hoeveel ronden het duurt tot Mark geen geld meer heeft. In de tweede kolom staat op hoeveel avonden dat gebeurt. Zo kun je aflezen dat volgens de simulatie op 514 494 avonden Mark na precies 1 ronde geen geld meer heeft. Je kunt bijvoorbeeld ook aflezen dat volgens de simulatie Mark op 6534 avonden na precies 25 ronden geen geld meer heeft.

- 5p 18  Bereken in Excel blad 2 hoeveel ronden Mark volgens deze 1 miljoen simulaties gemiddeld per avond speelt. Leg uit hoe je in Excel te werk bent gegaan.

Vastgesteld is dat op de avonden dat Mark met 1 euro naar het casino gaat, hij gemiddeld ongeveer 0,25 euro per avond zal verliezen. Men zegt dan dat zijn winstverwachting  $-0,25$  euro per avond is.

Mark besluit om in het vervolg 50 euro mee te nemen naar het casino. Hij stopt elke avond na 50 ronden bij de roulette. Bij een inzet van 1 euro per ronde heeft hij dan altijd genoeg geld om precies 50 ronden te spelen. Voor deze situatie kun je de theoretische winstverwachting berekenen die Mark per avond heeft.

- 4p 19  Laat met een berekening zien dat de theoretische winstverwachting van Mark per avond nu veel slechter is dan toen Mark maar 1 euro meenam en geef daarvoor een verklaring.



Sluit Excel af zonder wijzigingen op te slaan.

Dit was de laatste vraag van het deel waarbij de computer wordt gebruikt.