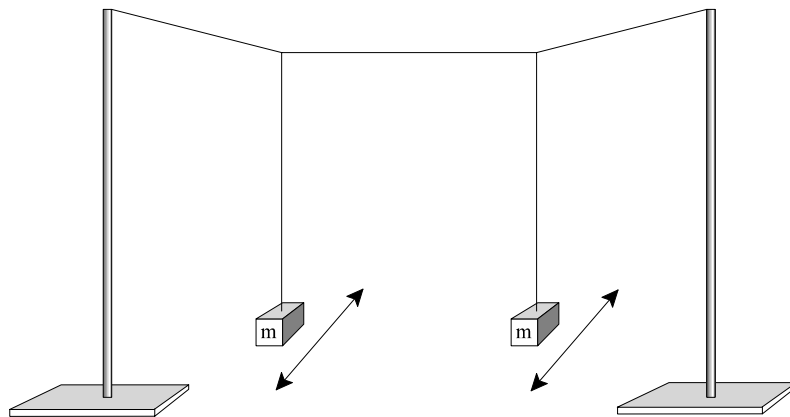


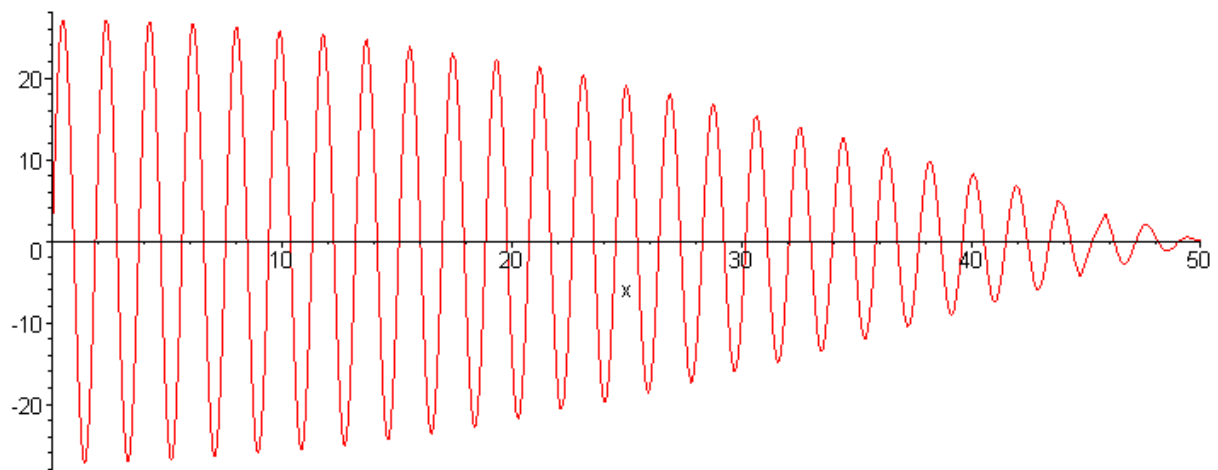
# Profielwerkstuk



# GEKOPPELDE SLINGERS

# Gekoppelde slingers

Door welke variabelen wordt hun beweging bepaald?



Auteurs  
Vakken  
Inleverdatum

*Simone Geerts & Anouk Loonen, Klas 6F  
natuurkunde & wiskunde  
woensdag 15 januari 11.00 uur*

# Profielwerkstuk Gekoppelde slingers

© havovwo.nl januari 2003

---

## Inhoudsopgave

Voorwoord .....	3
Inleiding .....	3
Hoofdstuk 1: De proefopstelling .....	4
§1. Onze proefopstelling .....	4
§2. Een andere proefopstelling .....	5
Hoofdstuk 2: Een natuurkundige benadering van gekoppelde slingers .....	6
Hoofdstuk 3: Een wiskundige benadering van gekoppelde slingers .....	7
Hoofdstuk 4: De invloed van de massa van de slingers op hun beweging .....	10
Hoofdstuk 5: De invloed van de lengte van de slingers op hun beweging .....	11
Hoofdstuk 6: De invloed van de afstand tussen de slingers op hun beweging .....	13
Hoofdstuk 7: De invloed van de beginuitwijking op de beweging van de slingers .....	14
Eindconclusie .....	15
Bronnenlijst .....	16

## Voorwoord

De keuze van een geschikt onderwerp was voor ons misschien wel het moeilijkste onderdeel van heel het profielwerkstuk. Voor we op het onderwerp gekoppelde slingers kwamen, hebben we eerst een paar andere onderwerpen uitgezocht en bestudeerd.

We waren het er meteen over eens dat we een natuurkundig onderwerp wilden, omdat dat ons allebei het beste ligt. We wilden dit het liefste combineren met wiskunde, maar een combinatie met scheikunde was ook zeker te overwegen geweest.

We zijn begonnen met zoeken op internet naar geschikte onderwerpen. Daar kwamen een aantal onderwerpen uit waarvan bliksem ons het leukste en meest geschikt leek. Maar dit bleek bij nader inzien toch niet zo mee te vallen. Over het onderwerp was genoeg informatie te vinden, maar het bedenken van een geschikte proef die betrekking heeft op het onderwerp bliksem was een groot probleem. Er waren wel enkele proeven beschreven op internet, zoals het maken van een Kelvin-druppelaar, maar bij nader inzien zou hier hoogstwaarschijnlijk veel praktisch ‘gepruts’ bij kijken wat niet echt aan ons is besteed.

Daarna zijn we naar de bibliotheek gegaan om daar eens te gaan zoeken naar een geschikter onderwerp. Wat we daar vonden was wel een leuker, maar zeker geen geschikter onderwerp. We hadden gekozen voor kometen en asteroïden, een interessant onderwerp waren wij beiden van mening. We dachten als proef misschien iets te kunnen doen bij een sterrenwacht, maar dat bleek ook allemaal nogal tegen te vallen.

Vervolgens hebben we nog eens op internet gekeken en het maar wat dichterbij huis gezocht. Op deze manier zijn we terechtgekomen bij het onderwerp gekoppelde slingers. We hebben dit uiteindelijk gekozen omdat we in ieder geval zeker wisten dat we daar wel een proef over kunnen uitvoeren. Deze proef zou dan waarschijnlijk ook een belangrijk onderdeel gaan uitmaken van ons profielwerkstuk.

We willen allereerst meneer Vermeer bedanken voor de begeleiding tijdens het gehele profielwerkstuk en meneer Van Keulen voor de hulp bij de voorbereiding en tijdens het uitvoeren van ons onderzoek. Bovendien willen we Djani Delic bedanken voor het gebruik maken van zijn computerprogramma waarmee we in staat waren om geschikte grafieken te maken.

## Inleiding

Trillingen kom je in het dagelijkse leven overal tegen: de schommel in de achtertuin, de slinger van de klok in de huiskamer, de golven op zee en zo kunnen we nog talloze andere voorbeelden bedenken. Ook licht is een trilling. De energie van het licht kan doorgegeven worden aan de elektronen van een molecuul en deze kan de energie ook weer verder overdragen. Op deze manier kan er bijvoorbeeld stroom door een metaal lopen, omdat de elektronen in het metaal hun energie steeds weer doorgeven.

Dit verschijnsel waarbij energie wordt overgedragen willen we gaan onderzoeken met behulp van twee gekoppelde slingers. Sommige verbanden zijn makkelijk te voorspellen. Als je bijvoorbeeld de uitwijking van beide slingers even groot maakt en in dezelfde richting, dan zal de beweging van de slingers niet veranderen door energieoverdracht. Er zijn wel verschillende andere combinaties van variabelen te bedenken die invloed zullen hebben op het wel of niet plaatsvinden van energieoverdracht.

Het uiteindelijke doel van ons profielwerkstuk is vaststellen welke variabelen invloed hebben op het overdragen van energie tussen twee gekoppelde slingers. Omdat we hierbij de nadruk leggen op eigen onderzoekingen beginnen we het eerste hoofdstuk met een uitleg van de gebruikte proefopstelling. Vervolgens gaan we in op de theorie die bij gekoppelde slingers hoort en we gaan de slingers zowel natuurkundig als wiskundig bekijken.

Tijdens onze proef gaan we aantal factoren variëren zoals de lengte van de slingers, de afstand tussen de twee slingers, de massa van de slingers en de beginuitwijking die je aan een van de slingers geeft. Hierbij hebben we een zodanige onderverdeling gemaakt dat ieder hoofdstuk een van de bovengenoemde aspecten bevat.

## Hoofdstuk 1 De proefopstelling

Omdat onze proef het belangrijkste onderdeel van ons profielwerkstuk vormt, is een goede proefopstelling erg belangrijk. Daarom hebben we erg lang nagedacht over onze proefopstelling. In paragraaf 1 zullen we vertellen hoe onze opstelling werkt en in elkaar zit. We bespreken in het kort nog een andere proefopstelling in paragraaf 2 en we vertellen waarom we uiteindelijk niet voor deze opstelling hebben gekozen.

### §1. Onze proefopstelling

We willen in onze proef weergeven hoe een trilling over wordt gegeven tussen twee slingers en welke factoren hierbij van invloed zijn. Daarom hebben we eerst nagedacht over de factoren die we tijdens onze proef willen gaan variëren en hierbij kwamen we uit op de volgende variabelen:

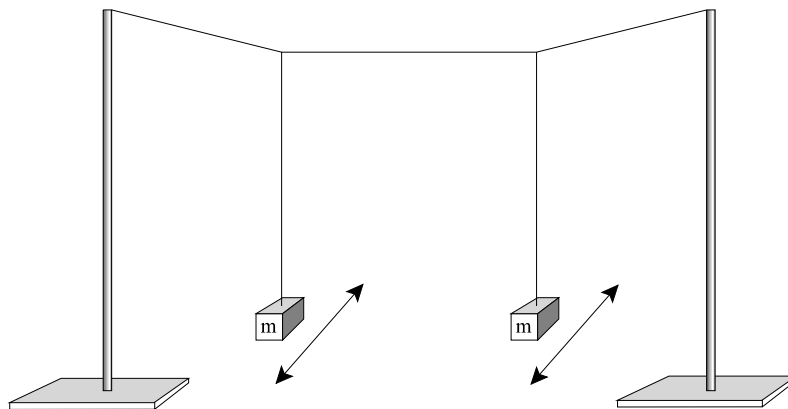
de massa van beide slingers

de lengte van de slingers (de afstand van het gewicht tot het ophangpunt)

de afstand tussen de ophangpunten van de twee slingers

de beginuitwijking die we aan een van de slingers geven

Deze factoren hebben we weergegeven in figuur 1. In deze figuur stelt  $x$  de afstand tussen de ophangpunten van de twee slingers voor en  $m$  is de massa van de slingers. Hierbij is de massa van het touw verwaarloosbaar.



figuur 1

De slingers bewegen vanuit figuur 1 gezien als het ware van voren naar achteren zoals is weergegeven door de pijltjes. De beweging van de slingers vindt nu dus loodrecht op het horizontale touwtje plaats, zodat dit touwtje de trilling door middel van torsie doorgeeft. Hierbij moeten de slingers wel stevig bevestigd zijn aan het touwtje, zodat er geen meeton nauwkeurigheid ontstaat.

Tijdens onze proef geeft Anouk telkens de uitwijking aan de slinger. Simone houdt ondertussen een geodriehoek bij de slinger, zodat Anouk de goede uitwijking kan geven. Zodra Anouk de slinger loslaat, houdt ze de tijd bij met een stopwatch. Simone houdt vervolgens het aantal trillingen bij. Zodra de trilling volledig is doorgegeven, dus zodra de slinger met beginuitwijking stil hangt, zegt Simone “stop” en dan noteren we het aantal trillingen en de bijbehorende tijd die zijn verstreken.

Tijdens onze proef veranderen we telkens maar een waarde en houden de overige waarden constant, zodat we enkel de invloed van deze waarde kunnen bestuderen. We hebben bij de variabelen steeds drie of vier verschillende waarden genomen, zodat we een zo duidelijk mogelijke conclusie kunnen trekken. Ook hebben we iedere meting twee keer verricht om grote meeton nauwkeurigheden te voorkomen.

Bij de massa hebben we gekozen voor 100 – 200 – 300 gram, omdat we dan de gewichtjes van school kunnen gebruiken en zelf niet precies de goede massa hoeven af te wegen. Het verschil tussen de massa's is toch groot genoeg om een duidelijk verschil in tijd te kunnen meten.

# Profielwerkstuk Gekoppelde slingers

© havovwo.nl januari 2003

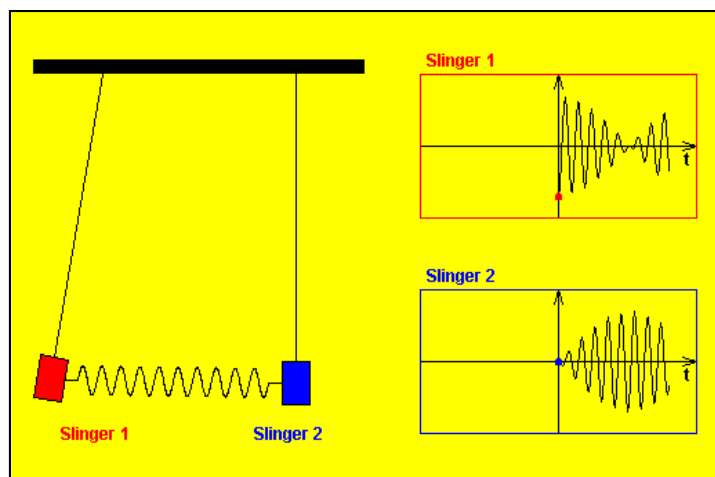
Als lengte van de slingers hebben we 25 – 50 – 75 – 100 cm genomen. We hebben de lengte van de twee slingers steeds aan elkaar gelijk gehouden. We wilden in eerste instantie de slingers niet even lang maken, maar waarom we dit uiteindelijk toch niet hebben gedaan kun je lezen in hoofdstuk 5.

Als afstand tussen de twee ophangpunten van de slingers hebben we gekozen voor 10 – 20 – 30 cm. Uiteraard mag deze afstand niet te klein zijn, omdat het risico dat de slingers elkaar raken dan te groot is. Deze afstand mag echter ook niet te groot zijn, want dan hangen de slingers te dicht bij het statief. Dit zou de proef nadelig kunnen beïnvloeden.

Bij de beginuitwijking hebben we waarden genomen van  $10^\circ$  –  $20^\circ$  –  $30^\circ$ .

## §2. Een andere proefopstelling

In eerste instantie wilden we de energieoverdracht laten plaatsvinden via een veertje met een kleine veerconstante, zoals is weergegeven in figuur 2. Deze tekening is van een simulatie op de computer. De twee grafieken die je naast de opstelling ziet staan, stellen de uitwijking van de beide slingers voor. In deze grafieken kun je zien dat slinger 2, die eerst in rustpositie was, met een steeds grotere uitwijking gaat slingeren, terwijl de uitwijking van de andere slinger steeds afneemt. Na een tijdje worden de rollen omgekeerd en krijgt slinger 1 een steeds grotere uitwijking. Dit gaat net zolang door totdat de wrijvingskracht de gehele slingering heeft gestopt. In hoofdstuk 5 zullen we verder ingaan op deze simulatie.



figuur 2. Een proefopstelling met energieoverdracht via een veer

Als je in deze proefopstelling aan een van de slingers een uitwijking geeft, hangen de gewichten tijdens de slingering niet op dezelfde hoogte, ook al zijn deze in de tekening wel mooi op gelijke hoogte getekend. Door het verschil in hoogte hangt de veer niet meer horizontaal, maar hij beweegt voortdurend zowel in de horizontale als in de verticale richting. Dit veroorzaakt dus een onregelmatige beweging van de veer, wat een ongunstige invloed op onze proefresultaten zal hebben. We kunnen de tijd van de energieoverdracht dan immers niet meer goed meten. Om dit ongunstige effect te voorkomen zou je een langere slinger moeten gebruiken, maar dan is er waarschijnlijk nog sprake van een onregelmatige beweging en je kunt de beginuitwijking dan niet te groot maken. Daarom hebben we uiteindelijk niet gekozen voor deze proefopstelling.

## Hoofdstuk 2 Een natuurkundige benadering van gekoppelde slingers

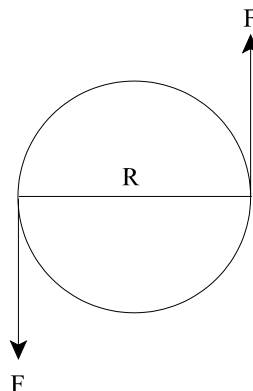
Bij gekoppelde slingers gaat het om de overdracht van energie van de ene slinger naar de andere. Dit gebeurt in onze proefopstelling door middel van torsie. We gaan in dit hoofdstuk kijken welke factoren daar allemaal mee te maken hebben en of we iets uit formules kunnen afleiden.

Als je een van de slingers in beweging brengt ontstaat er een uitwijking  $\alpha$ . Torsie betekent eigenlijk dat het materiaal tussen de slingers die hoek  $\alpha$  doorgeeft en er dus bij de andere slinger ook een uitwijking ontstaat:  $\alpha'$ . Deze is dan afhankelijk van het materiaal wat de torsie vertoont en van de lengte. Dit zie je in onderstaande afbeelding.



Bij het verschijnsel torsie speelt ook de formule  $M = c \cdot \alpha$  een rol. Hierin is  $c$  de torsieconstante. Deze hangt af van het materiaal wat tussen de twee gekoppelde slingers hangt en dus torsie vertoont.  $M$  is hierin het torsiemoment.

De algemene formule die hoort bij het moment van een kracht luidt:  $M = F \cdot r$ . als je deze twee formules combineert, krijg je:  $M = F \cdot r = c \cdot \alpha$ . Dit is de wet van Hooke. Hierin kun je zien dat de dikte van het materiaal ook een rol speelt. We zullen dit ook verduidelijken met een tekening.



### Conclusie

Bij de energieoverdracht bij gekoppelde slingers speelt het moment van de kracht een rol. Deze is afhankelijk van de torsieconstante, dus van het materiaal, en van de uitwijking die je de slinger geeft. Ook de dikte van het materiaal speelt een rol bij de energieoverdracht. Dit kun je afleiden uit de wet van Hooke:  $M = F \cdot r = c \cdot \alpha$

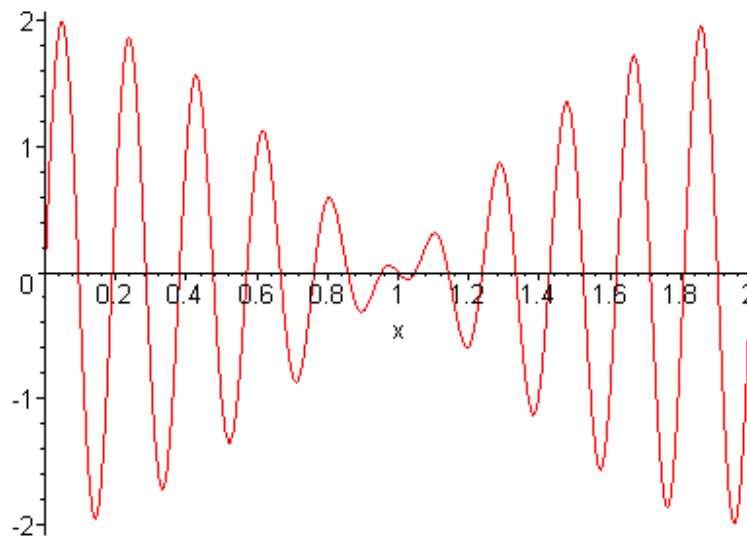
De hoek  $\alpha'$  die ontstaat aan de kant van de slinger die zonder uitwijking begint is afhankelijk van het materiaal en van de lengte.

## Hoofdstuk 3 Een wiskundige benadering van gekoppelde slingers

We gaan in dit hoofdstuk proberen een formule op te stellen die de trilling van de gekoppelde slingers beschrijft.

we nemen als voorbeeld een van de situaties die we zelf gemeten hebben. We nemen als lengte van beide slingers 75 cm en voor  $\alpha$   $20^\circ$ . We hebben 1 slinger een uitwijking gegeven en gemeten wanneer die zijn energie volledig heeft doorgegeven aan de andere slinger. De waarde die we daarbij hebben gemeten is gemiddeld 48,5 seconden, wat we in dit voorbeeld voor het gemak afronden op 50. Dit is dus een halve periode. In die tijd is er gemiddeld 26,5 trilling voorbijgegaan. De trillingstijd is dus  $26,5/50 = 0,53$  seconden.

We gaan een formule maken voor de beweging van de slinger die we een uitwijking geven, daaruit kunnen we dan de formule voor de andere slinger afleiden. We kunnen uit de beweging zelf afleiden dat de grafiek en ongeveer zo uit moet komen te zien:



We beginnen met een formule voor de amplitudo van de slingers, omdat dit gewoon een sinusoïde is en dus niet zo moeilijk om mee te beginnen.

De formule is van de vorm  $a \sin ct$ , waarbij  $a$  de amplitudo is, in dit geval de maximale uitwijking van de gekoppelde slinger, en  $2\pi/c$  de periode is.

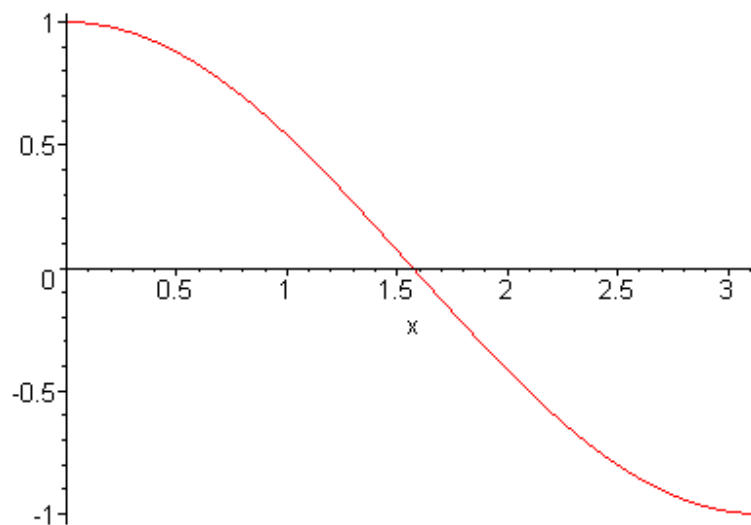
De maximale uitwijking is in dit geval de beginuitwijking. De slinger was 75 cm lang en de uitwijking was  $20^\circ$ . De uitwijking in cm is dan  $75 \cdot \tan 20^\circ = 27,3$  cm.

Een halve periode was 50 seconden, een hele periode is dan 100 seconden. Een hele periode van de beweging van gekoppelde slingers heeft deze vorm:

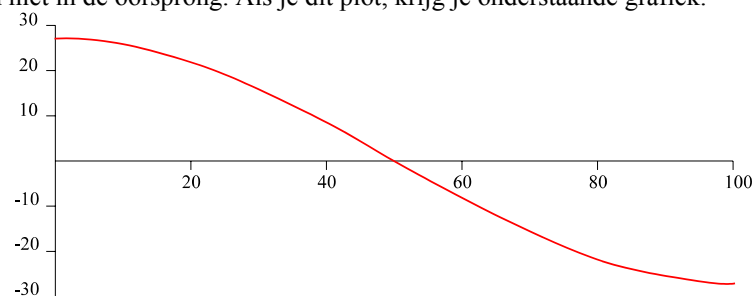
# Profielwerkstuk Gekoppelde slingers

© havovwo.nl januari 2003

---



Zoals je kunt zien is dit maar een halve periode van de sinusoïde. Dus  $2\pi/c = 200 \rightarrow c = 2\pi/200 = 0,01\pi$ . De formule wordt dan dus:  $27,3 \cos 0,01\pi t$ . De cosinus in plaats van sinus is omdat de beweging begint bij de maximale uitwijking en niet in de oorsprong. Als je dit plot, krijg je onderstaande grafiek.



Zoals je kunt zien kun je voor deze uitwijking ook de formule  $-27,3 \cos 0,01\pi t$  nemen.

De uitwijking van de andere slinger is hieruit ook makkelijk te beredeneren. Deze begint wel in de oorsprong, dus de formule wordt:  $27,3 \sin 0,01\pi t$ . Ook voor deze formule kun je natuurlijk gebruiken  $-27,3 \sin 0,01\pi t$ .

Met behulp van ons wiskundeboek zijn we erachter gekomen dat een formule van de vorm  $A \sin ct \cdot \cos dt$  een grafiek geeft van de vorm die we willen hebben (afbeelding 1)

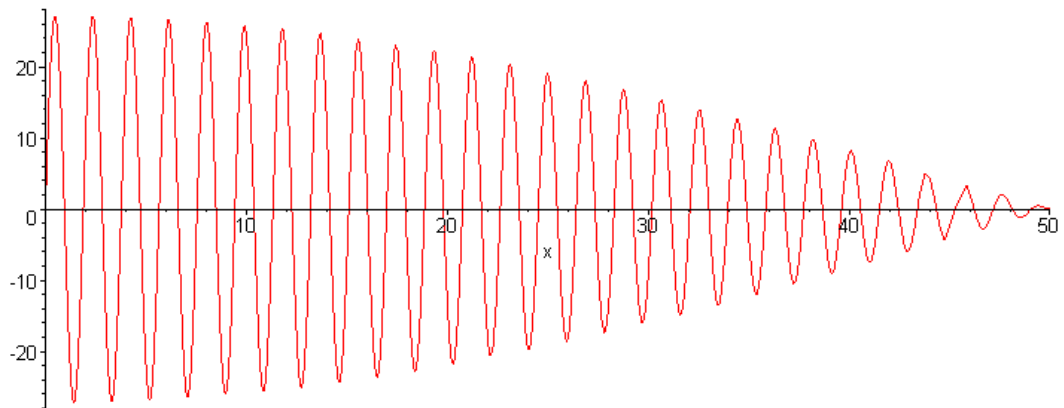
Een deel van deze formule hebben we nu al:  $27,3 \sin ct \cdot \cos 0,01\pi t$ . We moeten nu alleen nog  $c$  te weten komen. Dit heeft te maken met de trillingstijd, die was in een halve periode 0,53 seconden, dus in een hele periode 106 seconden.

Als je dit getal nu vermenigvuldigt met de periode van de amplitudo die we al hadden uitgerekend, krijg je:  $106 \cdot 0,01\pi = 1,06\pi$ .

Als we dit invullen in de formule krijg je:  $27,3 \sin 1,06\pi t \cdot \cos 0,01\pi t$ . Als je deze grafiek plot voor  $0 < t < 50$ , krijg je de volgende grafiek.

# Profielwerkstuk Gekoppelde slingers

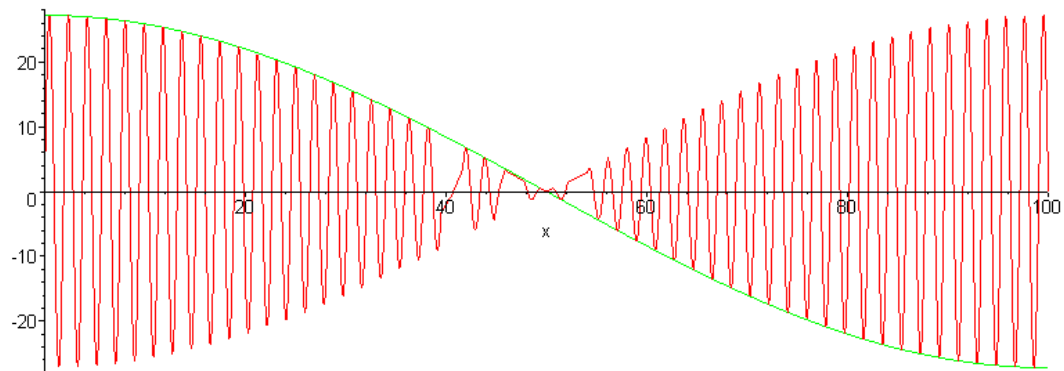
© havovwo.nl januari 2003



Deze grafiek blijkt te kloppen: de grafiek beschrijft een halve periode, dus 50 seconden. En in deze 50 seconden zie je ongeveer 27 trillingen, dus de formule die we gemaakt hebben klopt.

Dit kun je ook zien als je deze grafiek combineert met de eerder gevonden grafiek van de amplitudo. Dit is hieronder weergegeven voor  $0 < t < 100$ .

Je kunt hieruit ook beredeneren dat de formule voor de andere slinger wordt:  $27,3 \cos 1,06\pi t \cdot \sin 0,01\pi t$



## Conclusie

Het is mogelijk een formule te maken van de beweging van twee gekoppelde slingers. Deze is van de vorm

$$A \sin ct \cdot \cos dt.$$

- A is hierin de beginuitwijking,  
 $2\pi/d$  is de periode van de beweging en  
c is de trillingstijd  $\cdot d$ .

## Hoofdstuk 4 De invloed van de massa van de slingers op hun beweging

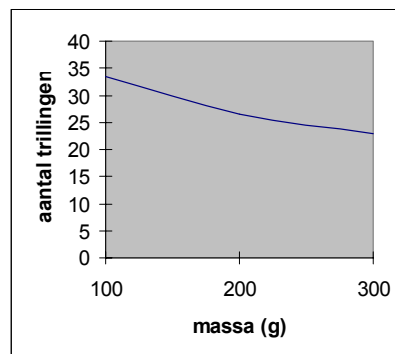
In dit hoofdstuk gaan we onderzoeken of de massa van twee gekoppelde slingers invloed uitoefent op het overdragen van energie tussen de twee deelsystemen. Hiervoor variëren we de massa van een van de slingers, namelijk 100 – 200 – 300 gram en houden de massa van de andere slinger constant, namelijk 200 gram. Verder houden we de lengte, de afstand tussen de twee slingers en de beginuitwijking hetzelfde.

We meten tijdens ons onderzoek de tijd waarin de energie volledig van het ene naar het andere deelsysteem wordt overgedragen en de tijd die hier bij hoort. We hebben dit voor een massa van 100 en 200 gram tweemaal gedaan. Bij de massa van 300 gram hebben we dit drie keer gedaan, omdat we dachten dat onze eerste meting niet nauwkeurig genoeg was. We hebben hierbij de volgende proefresultaten gekregen:

Massa slinger (gram)	Tijd (sec.)	Aantal trillingen	Trillingstijd (sec.)
100	57,78	32	1,8
	64,47	35	1,8
200	46,54	26	1,8
	50,41	27	1,9
300	42,65	24	1,8
	39,87	22	1,8
	41,22	23	1,8

Wat ons meteen opvalt aan deze tabel is dat de trillingstijd, afgezien van meetonnauwkeurigheden, constant blijft ongeacht de massa. We wisten al dat de massa geen invloed heeft op de trillingstijd bij een ongekoppelde slinger. De massa bevindt zich immers niet in de formule  $T=2\pi\sqrt{l/g}$ , dus of er aan een slinger van 50 cm nou 200 gram of 800 gram hangt, de trillingstijd blijft gelijk aan  $2\pi\sqrt{(0,50/9,81)}=1,42$  sec. Uit onze proefresultaten blijkt dus dat dit ook geldt bij een gekoppelde slinger.

Er is ook nog iets anders dat ons opviel, dit is te zien in de volgende grafiek:



Uit deze grafiek volgt dat hoe groter de massa is, hoe minder tijd er nodig is voor de energieoverdracht. Ook vindt de energieoverdracht bij een grotere massa in een kleiner aantal trillingen plaats. De grafiek is geen rechte lijn. De invloed wordt steeds kleiner als de massa groter wordt.

### Conclusie:

Ook al verander je bij een gekoppelde slinger de massa, de trillingstijd blijft toch steeds gelijk. Het aantal trillingen verandert wel bij een toenemende massa. De invloed van de massa wordt kleiner als je de massa vergroot.

## Hoofdstuk 5 De invloed van de lengte van de slingers op hun beweging

In dit hoofdstuk willen we onderzoeken of de lengte van de slingers invloed heeft op de tijd waarin de energieoverdracht plaatsvindt. We hebben tot nu toe geleerd dat de lengte van de slinger wel invloed heeft op de trillingstijd bij een ongekoppelde slinger. Dit volgt namelijk uit de formule  $T=2\pi\sqrt{l/g}$ . Zo hoort bij een lengte van 1 meter een trillingstijd van  $2\pi\sqrt{(1,00/9,81)}=2,01$  sec., terwijl bij een lengte van 50 cm een trillingstijd van  $2\pi\sqrt{(0,50/9,81)}=1,42$  sec. hoort. Kortom: als je de lengte van een ongekoppelde slinger verandert, verandert de trillingstijd ook.

Maar wat heeft het voor gevolgen als we beide slingers niet even lang maken? De slingers hebben dan een verschillende trillingstijd. Tijdens ons onderzoek zagen we al gauw wat er gebeurde. Er bleek dat geen van beide slingers stil komt te hangen. Dit is natuurlijk ook logisch, want de slingers hebben een andere frequentie ( $f=1/T$ ) en er kan dus ook geen volledige resonantie optreden. Je kunt echter toch zien dat er sprake is van energieoverdracht, omdat de slingers afwisselend veel of weinig bewegen. De verandering van de beweging is echter beter te zien bij de slinger met een kleinere lengte en kleinere frequentie.

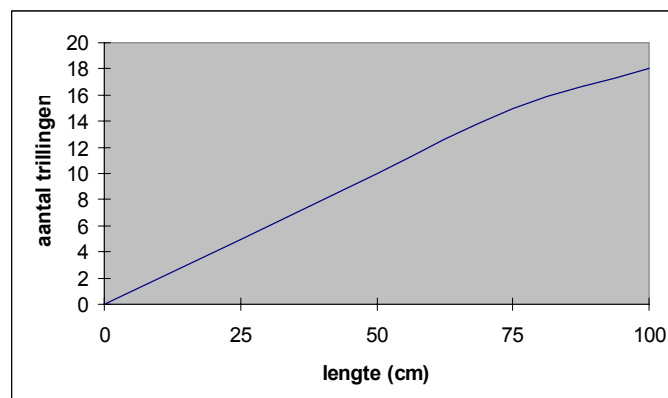
Omdat we van twee gekoppelde slingers met een verschillende trillingstijd de energieoverdracht niet kunnen meten, hebben we de lengte van de twee slingers voortdurend aan elkaar gelijk gehouden. We variëren tijdens onze proef alleen de lengte en houden de overige waarden constant. We gebruiken voor de massa van de gewichtjes aan de slingers 250 gram, we geven aan één slinger een beginuitwijking van  $20^\circ$  en we hangen de slingers 20 cm van elkaar af.

Vervolgens hebben we de lengte van beide slingers gevarieerd. We hebben als waarden voor de lengte 25 – 50 – 75 – 100 cm genomen. We hebben van de beweging opnieuw het aantal trillingen gemeten waarin de energie wordt overgegeven en de tijd die hierbij hoort. Hierbij hebben we de volgende proefresultaten gekregen:

Lengte slingers (cm)	Tijd (sec.)	Aantal trillingen	Trillingstijd (sec.)
		5	1,1
		5	25
50	14,44	10	1,4
	14,94	10	1,5
75	26,25	15	1,8
	26,93	15	1,8
100	36,60	18	2,0
	36,81	18	2,0

Wat opvalt aan deze proefresultaten is dat zowel de trillingstijd als het aantal trillingen waarin de trilling over wordt overgebracht toeneemt.

Als we deze gegevens gaan invoeren, krijgen we onderstaande grafiek.



# Profielwerkstuk Gekoppelde slingers

© havovwo.nl januari 2003

---

Wat als eerste opvalt is dat de grafiek begint als een rechte lijn en bij een lengte van 1 meter nog afbuigt. We weten niet precies hoe dat komt. Het kan een meetonnauwkeurigheid zijn, maar dat is niet logisch als je bedenkt dat we alles twee keer gemeten hebben en twee keer precies hetzelfde aantal trillingen gemeten hebben. Het kan ook zo zijn dat vanaf 1 meter de lengte minder invloed heeft.

## Conclusie

Als we beide slingers een verschillende lengte geven, is er wel sprake van energieoverdracht, maar er treedt geen volledige resonantie op, omdat de frequenties van de bewegingen van de slingers ongelijk zijn.

Als we de slingers een gelijke lengte geven treedt er wel resonantie op. De energie wordt dan ook volledig overgedragen. In de grafiek lijkt het aantal trillingen recht evenredig te zijn met de lengte, als die lengte tenminste kleiner is dan 1 meter.

# Profielwerkstuk Gekoppelde slingers

© havovwo.nl januari 2003

---

## Hoofdstuk 6 De invloed van de afstand tussen de slingers op hun beweging

In dit hoofdstuk gaan we onderzoeken wat voor invloed het heeft als we  $X$ , de afstand tussen de beide slingers, veranderen. De massa van de slingers zijn gelijk: allebei 200 gram. De lengte van de slingers is ook gelijk, namelijk 75 cm en hoek  $\alpha$  is  $20^\circ$ .

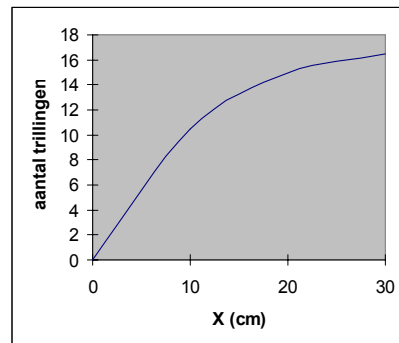
We hebben ook hierbij de tijd gemeten waarin de enen slinger zijn energie volledig heeft doorgegeven aan de andere en het aantal trillingen geteld in diezelfde tijd. we variëren de afstand tussen de slingers:  $X = 10 - 20 - 30$  cm.

Hieronder vind je de meetresultaten:

X	Tijd	Aantal trillingen	Trillingstijd
10	17,97	10	1,8
	20,31	11	1,8
20	26,25	15	1,8
	26,93	15	1,8
30	29,56	16	1,8
	30,31	17	1,8

Het eerste wat hierin opvalt is dat de trillingstijd steeds gelijk is, dus ook de afstand heeft geen invloed op de trillingstijd.

Als je de  $X$  uitzet tegen de het aantal trillingen, krijg je de volgende grafiek:



## Conclusie

De afstand tussen de beide slingers is wel van invloed op de tijd die de slingers nodig hebben om hun energie volledig door te geven. Die invloed neemt af naarmate de afstand groter wordt.

## Hoofdstuk 7 De invloed van de beginuitwijking op de beweging van de slingers

In dit hoofdstuk gaan we onderzoeken wat voor invloed het heeft als de beginuitwijking van de slingers, dus hoek  $\alpha$ , veranderen. De massa van de slingers zijn hierbij allebei 200 gram, de lengte van de slingers is ook gelijk, namelijk 75 cm en de afstand tussen de slingers is 20 cm.

Eén van de slingers begint weer met een uitwijking van  $0^\circ$ , de andere variëren we:  $\alpha = 10 - 20 - 30^\circ$ . We hebben de tijd gemeten waarin de ene slinger zijn energie volledig heeft doorgegeven aan de andere en het aantal trillingen geteld in diezelfde tijd. Dit is dus een halve periode. Hieronder vind je de meetresultaten.

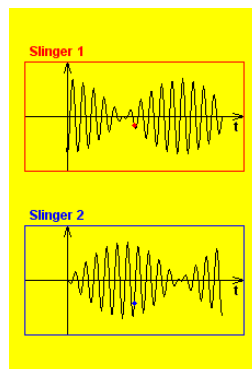
$\alpha$	Tijd	Aantal trillingen	Trillingstijd
$10^\circ$	41,03	22	1,9
	42,32	24	1,8
$20^\circ$	50,41	27	1,9
	46,54	26	1,8
$30^\circ$	45,72	25	1,8
	53,75	30	1,8
	48,38	26	1,9

De trillingstijd is hierbij steeds hetzelfde, namelijk gemiddeld 1,82 seconden. Dit is logisch als je de formule herinnert  $T=2\pi\sqrt{l/g}$ , waarin alleen de lengte een variabele is. Als we dit narekenen voor  $l = 0,75$ , krijg je als trillingstijd 1,74 seconden. Dit is waarschijnlijk gewoon een onnauwkeurigheid die zou kunnen zijn ontstaan door een lengte afwijking of een verkeerde tijdmeting.

Bij gekoppelde slingers geldt dus nog steeds deze formule en heeft de beginuitwijking van de slingers geen invloed op de trillingstijd van de slingers. Dit betekent dat ook de frequentie gelijk is en er daarom resonantie optreedt, waardoor de slingers hun volledige energie kunnen doorgeven, wat we al gezien hebben in onze metingen.

Verder zien we in onze meetresultaten dat de tijd waarin de energie volledig wordt doorgegeven niet duidelijk langer wordt naarmate we hoek  $\alpha$  vergroten. Toch zit er wel veel variatie in: het aantal trillingen bij hoek  $\alpha=10^\circ$  is duidelijk minder dan bij de rest van de metingen.

Om hier toch iets beter een beeld aan te kunnen geven hebben we dit uitgeprobeerd in een simulatie op de computer. In deze simulatie werd de opstelling gebruikt met een veer met een kleine veerconstante tussen de slingers, zoals beschreven in hoofdstuk 1. In deze simulatie kun je de uitwijking van allebei de slingers veranderen, ook de richting van de uitwijking kan bepaald worden. De uitwijking kan echter niet meer dan  $10^\circ$  worden. Er verschijnt tijdens de simulatie van de slingers, zodat je duidelijker zelf vanzelf een grafiek van de beweging verschillen kunt zien.

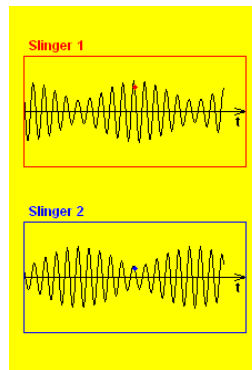


# Profielwerkstuk Gekoppelde slingers

© havovwo.nl januari 2003

---

Hieruit blijkt dat de tijd die de slingers nodig hebben om hun energie volledig door te kunnen geven, niet verandert als je de beginuitwijking verandert. Het enige verschil dat je kunt zien is de amplitudo die verandert, maar dat is logisch, want de beginamplitudo is ook anders. De slinger die je een uitwijking geeft, heeft dus meer energie om mee te beginnen, maar die energie wordt wel in dezelfde tijd overgedragen op de andere slinger. Hierna hebben we ook nog onderzocht wat er gebeurt als de slingers allebei een uitwijking geeft. Als voorbeeld zullen we nemen  $\alpha_1=8^\circ$  en  $\alpha_2=3^\circ$ . De richting van de uitwijkingen is dus hetzelfde. Hieronder zie je de grafiek die dan verschijnt.



Je ziet dan dat de periode hetzelfde blijft, alleen komt bij het overdragen van de energie niet een van de slingers stil te hangen. Dit verschijnsel is dus eigenlijk alleen met de computer te bekijken, want je kunt niet nauwkeurig genoeg bepalen wanneer de beweging weer opnieuw begint om iets over je eigen metingen te kunnen zeggen.

## Conclusie

De beginuitwijking van de slingers is niet van invloed op de tijd die de ene slinger nodig heeft om zijn energie volledig door te geven, ook al is het een grotere hoeveelheid energie.

## Eindconclusie

Onze onderzoeksvraag is: ‘Welke variabelen zijn van invloed op de energieoverdracht tussen twee gekoppelde slingers?’

Onze conclusie is in het kort als volgt:

- De massa is alleen van invloed op het aantal trillingen waarin de energieoverdracht plaatsvindt, maar niet op de trillingstijd van deze trillingen.
- Uit onze proef blijkt een rechtevenredig verband tussen het aantal trillingen waarin de energie wordt overgedragen en de lengte van de slingers (mits lengte < 1 meter).
- De afstand tussen de beide slingers is van invloed op de tijd die de slingers nodig hebben om hun energie volledig door te geven. Die invloed neemt af naarmate de afstand groter wordt.
- De beginuitwijking van de slingers is niet van invloed op de tijd die de ene slinger nodig heeft om zijn energie volledig door te geven, ook al is het een grotere hoeveelheid energie.
- Bij de energieoverdracht bij gekoppelde slingers speelt het moment van de kracht een rol. Deze is afhankelijk van de torsieconstante, dus van het materiaal, en van de uitwijking die je de slinger geeft. Ook de dikte van het materiaal speelt een rol bij de energieoverdracht. Dit kun je afleiden uit de wet van Hooke:  $M = F \cdot r = c \cdot \alpha$
- De hoek  $\alpha$  die ontstaat aan de kant van de slinger die zonder uitwijking begint is afhankelijk van het materiaal en van de lengte.

Het is mogelijk een formule te maken van de beweging van twee gekoppelde slingers. Deze is van de vorm

$$A \sin ct \cdot \cos dt.$$

- A is hierin de beginuitwijking,  
 $2\pi/d$  is de periode van de beweging en  
c is de trillingstijd  $\cdot$  d.

# Profielwerkstuk Gekoppelde slingers

© havovwo.nl januari 2003

---

## Bronnenlijst

Zoekmachine: google  
Trefwoorden: gekoppelde slinger  
Resultaat: [www.nat.vu.nl/exo/examp/sling.html](http://www.nat.vu.nl/exo/examp/sling.html)

Zoekmachine: google  
Trefwoorden: gekoppelde slinger  
Resultaat: [home.a-city.de/walter.fendt/phnl/cpendula\\_nl.htm](http://home.a-city.de/walter.fendt/phnl/cpendula_nl.htm)

Site: [www.havovwo.nl](http://www.havovwo.nl)  
Vak: natuurkunde  
Zoeken op onderwerp: slinger  
gekoppelde schommels  
Resultaat: [www.havovwo.nl/vwo/vna/bestanden/vna/oef12.pdf](http://www.havovwo.nl/vwo/vna/bestanden/vna/oef12.pdf)