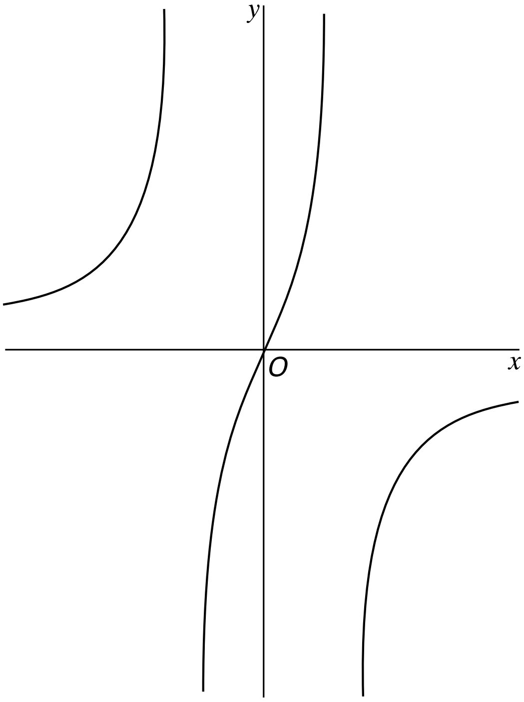
Opgave 1 Een functie

De functie f is gegeven door $f(x) = \dfrac{2x}{1 - x^2}$

In figuur 1 is de grafiek van f getekend.

figuur 1



6p **1** □ Toon aan dat de raaklijn in de oorsprong O aan de grafiek van f de vergelijking $y = 2x$ heeft.

Op de grafiek van f liggen punten waarin de raaklijn aan deze grafiek evenwijdig is met de lijn $y = 2x$.

6p **2** □ Bereken de x-coördinaten van deze punten.

6p **3** □ Stel een vergelijking op van elk van de asymptoten van de grafiek van f. Licht je antwoord toe.

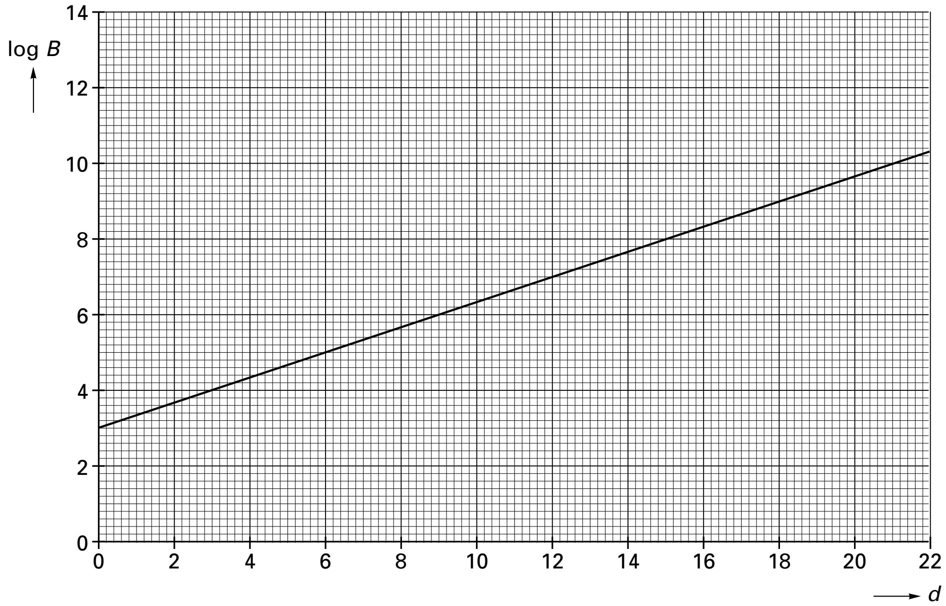
7p **4** □ Los de volgende ongelijkheid op: $f(x) \leqq 1$.

Opgave 2 Bederf in de koelkast

Nog steeds stellen veel Nederlandse huishoudens hun koelkast in op een te hoge temperatuur. Hierdoor kunnen producten eerder bederven dan de houdbaarheidsdatum aangeeft.
Omdat de consument steeds vaker verse producten wenst, wordt er veel onderzoek gedaan naar de houdbaarheid van producten die kunnen bederven. Een van die onderzoeken betreft het aantal pseudomonas-bacteriën per kilogram verse kip.

In figuur 2 en in vraag 5 bekijken we de resultaten van een proef waarbij een kip werd bewaard in een koelkast die op 0 ºC is ingesteld. Er werd bijgehouden hoe het aantal bacteriën B per kilogram kip zich ontwikkelde. Om alle gegevens in één grafiek overzichtelijk te presenteren is de logaritme van B uitgezet tegen het aantal dagen d vanaf het begin van de koeling.

figuur 2



Volgens de Warenwet mogen er ten hoogste 50 miljoen bacteriën aanwezig zijn per kilogram kip. Zijn er meer bacteriën aanwezig, dan wordt het kippenvlees afgekeurd en mag het niet meer gegeten worden.

5p **5** □ Onderzoek met behulp van de grafiek of de kip na 10 dagen koelen op 0 ºC nog gegeten mag worden.

Eén kilogram kippenvlees dat 1000 pseudomonas-bacteriën bevat, wordt in een koelkast bewaard. De volgende formule geldt:

$\log B = \frac{1}{3} \cdot 1{,}32^t \cdot d + 3$

Hierin is B het aantal bacteriën, t de temperatuur in de koelkast in ºC en d het aantal dagen dat de kip in de koelkast wordt bewaard.

De kip blijkt, bij een bepaalde vaste temperatuurinstelling, na precies twee dagen 50 miljoen bacteriën te bevatten.

7p **6** □ Bereken op welke temperatuur de koelkast is ingesteld. Geef je antwoord in gehele graden Celsius.

Uit de formule is af te leiden dat bij elke waarde van t het verband tussen B en d exponentieel is.
Neem aan dat de koelkast op 4 ºC zou zijn ingesteld.

5p **7** □ Bereken dan de groeifactor per dag voor het aantal bacteriën B. Geef je antwoord in twee decimalen nauwkeurig.

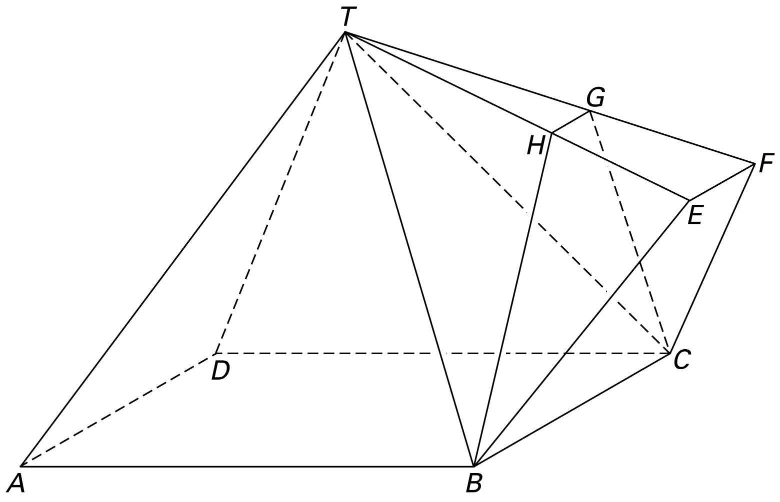
Opgave 3 Piramide-ingang

figuur 3

figuur 4

Op de foto's van de figuren 3 en 4 is de entree van een auto-showroom afgebeeld. Voor de dakconstructie bij de ingang is als basisvorm een regelmatige piramide *T.ABCD* genomen waarvan een zijkant is vervangen door een overkapping *T.BCFE*. In figuur 5 is de volledige piramide met uitbouw getekend in parallelprojectie. Deze tekening staat ook in figuur 1 op de bijlage en kan gebruikt worden bij de beantwoording van de volgende vragen.

figuur 5



Vierhoek *BCFE* is een gelijkbenig trapezium ($BE = CF$). De deurwand *BCGH* is verticaal. Het dak boven de deurwand steekt ver over.

Ook is gegeven:
Grondvlak *ABCD* is een vierkant met zijden van 6 meter.
De hoogte van de top *T* boven de grond is 5 meter.

4p **8** □ Bereken in gehele graden nauwkeurig de hoek tussen de vlakken *TAD* en *ABCD*.

Verder is gegeven:
De hoogte van *EF* boven de grond is 3 meter.
De lengte van *EF* is 2 meter.
De afstand van *EF* tot vlak *BCGH* is 2 meter.

7p **9** □ Bereken de afstand van *T* tot *EF*. Geef je antwoord in meters, afgerond op twee decimalen.

Op de bijlage is in figuur 2 een begin getekend van het rechterzijaanzicht, dat wil zeggen het aanzicht waarbij de kijkrichting evenwijdig is aan de lijn *BA*.

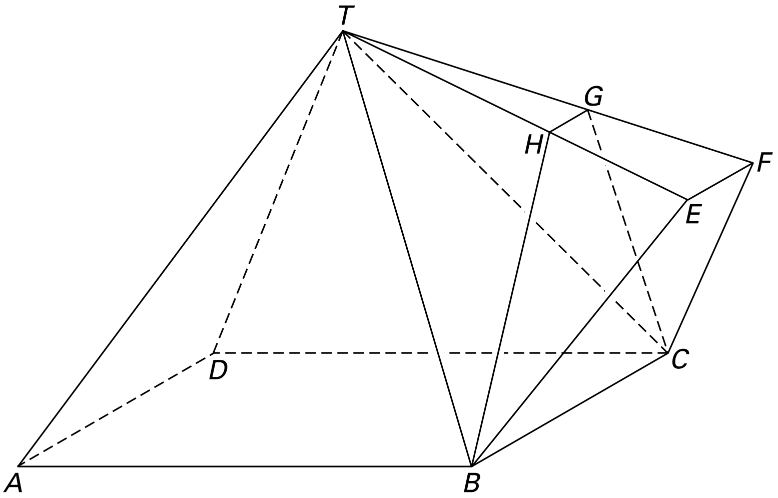
7p **10** □ Maak de tekening van dit aanzicht af en geef hierin vierhoek *BCGH* aan. Licht je werkwijze toe.

7p **11** □ Bereken de oppervlakte van de deurwand *BCGH*. Geef je antwoord in m^2, in twee decimalen.

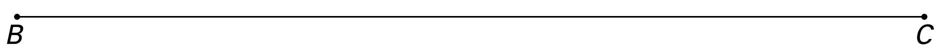
Bijlage bij opgave 3

Opgave 3

figuur 1



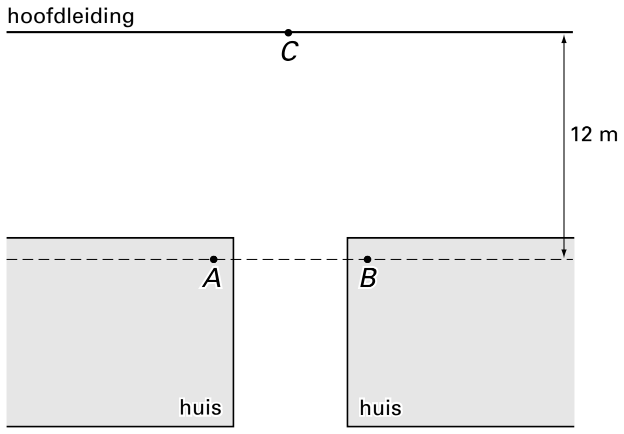
figuur 2



Opgave 4 Kortste aansluiting

In een nieuwbouwwijk moeten twee huizen worden aangesloten op het waterleidingnet. In figuur 6 is de situatie geschetst.

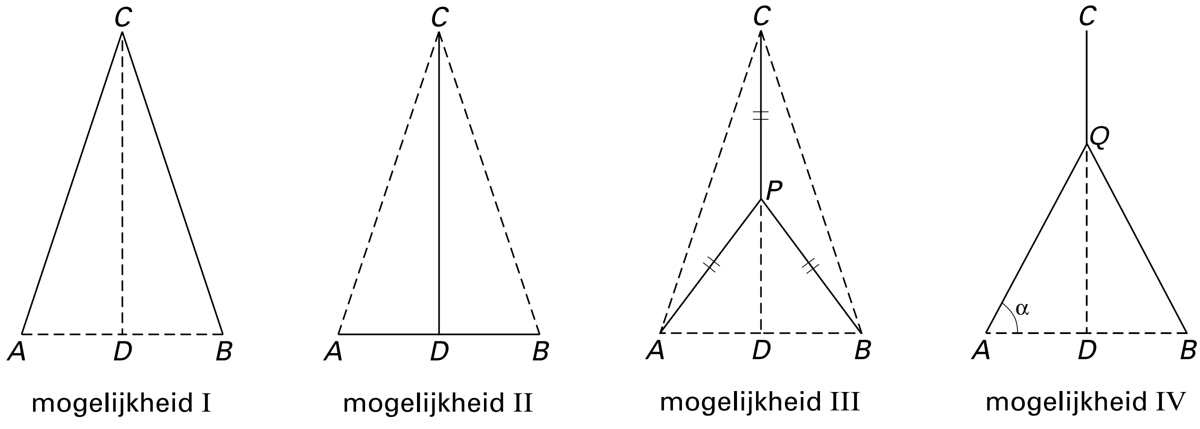
figuur 6



In het punt C wordt een aftakking gemaakt van de hoofdleiding naar de punten A en B in de huizen.
De punten A, B en C liggen zo dat driehoek ABC gelijkbenig is met $AC = BC$ en $AB = 8$ meter. De hoofdleiding loopt evenwijdig aan AB op een afstand van 12 meter van de lijn door A en B.

De verbinding tussen C en de beide huizen kan op verschillende manieren worden gelegd. In figuur 7 zijn vier mogelijkheden aangegeven. De vragen 12, 13, 14 en 15 gaan over deze mogelijkheden.

figuur 7



Eerst bekijken we mogelijkheden I en II:
I Vanaf C twee rechtstreekse leidingen CA en CB.
II Vanaf C een leiding naar het midden D van AB, die vervolgens vertakt naar A en B.

6p **12** □ Onderzoek bij welke van de mogelijkheden I en II de totale lengte van de verbinding het kortst is.

Vervolgens bekijken we mogelijkheid III:
III Vanaf C een leiding naar een punt P op de symmetrieas CD van driehoek ABC en vervolgens vanuit P vertakkingen naar A en B, zo dat $CP = PA = PB$.

7p **13** □ Bereken de totale lengte van de verbinding bij mogelijkheid III.

Tenslotte bekijken we nog mogelijkheid IV:
IV Vanaf C een leiding naar een punt Q op CD en vanuit Q vertakkingen naar A en B. De totale lengte van de verbindingsleidingen tussen C en de huizen hangt af van hoek α tussen AQ en AB.

De totale lengte $L(\alpha)$ van de verbinding wordt dan voor elke toegestane waarde van α gegeven door de formule:

$$L(\alpha) = \frac{8}{\cos \alpha} - 4 \tan \alpha + 12 \quad (\alpha \text{ in radialen; } L(\alpha) \text{ in meters}).$$

5p **14** □ Toon de juistheid van deze formule aan.

Er is een punt Q op CD zo dat de totale lengte $L(\alpha)$ minimaal is.

5p **15** □ Bereken de bijbehorende waarde van α.