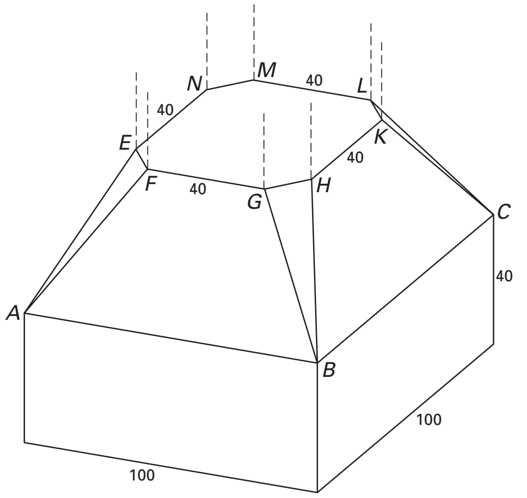
Eindexamen wiskunde B1-2 havo 2003-I

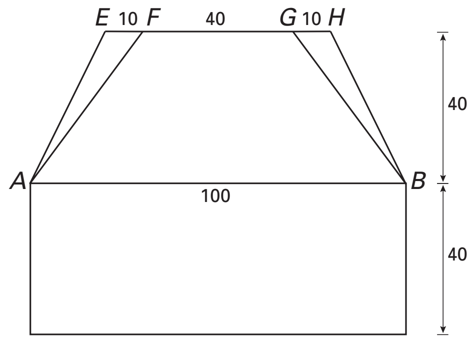
Voetstuk

Een pijler onder een brug rust op een betonnen voetstuk. Het voetstuk staat op de grond en bestaat uit twee delen. Het onderste deel heeft de vorm van een balk, het bovenste deel *ABCD.EFGHKLMN* zorgt voor de overgang naar de pijler die achtzijdig is. Zie figuur 1.

figuur 1



figuur 2



In figuur 2 is een vooraanzicht van het voetstuk getekend.
In beide figuren zijn de afmetingen gegeven in centimeters.

Met behulp van dit vooraanzicht kan de hoek berekend worden die het schuine vlak *BCKH* met het vlak *ABCD* maakt.

5p **1** ☐ Bereken die hoek. Rond je antwoord af op gehele graden.

Op de bijlage is een begin getekend van het bovenaanzicht van het voetstuk op schaal 1 : 10.

5p **2** ☐ Maak dit bovenaanzicht af. Zet de letters erbij.

Er wordt een lint evenwijdig aan vlak *ABCD* om het voetstuk gespannen. Het lint is 500 cm lang. Als het lint om het balkgedeelte wordt gespannen, is er 100 cm over. Gaat het lint door de punten *E*, *F*, *G*, *H*, *K*, *L*, *M* en *N*, dan is er ongeveer 283 cm over.

4p **3** ☐ Toon met een berekening aan dat er dan inderdaad ongeveer 283 cm over is.

Het lint wordt nu op een hoogte van 50 cm (gerekend vanaf de grond) om het voetstuk gespannen.

6p **4** ☐ Bereken hoeveel cm van het lint op deze hoogte over is. Rond je antwoord af op een geheel getal.

Het gedeelte van het voetstuk tussen de vlakken *ABCD* en *EFGHKLMN* wordt geschilderd: de vier vierhoekige zijvlakken worden rood en de vier driehoekige zijvlakken worden zwart.
Om te weten hoeveel verf nodig is, moet men de oppervlakte weten.

5p **5** ☐ Bereken de totale oppervlakte van de delen die rood geschilderd worden. Rond je antwoord af op gehele cm^2.

Medicijnen

Een huisarts schrijft een patiënt een geneesmiddel voor. De patiënt moet dat geneesmiddel enkele weken achtereen gebruiken. Hij neemt één keer per week op maandagochtend één tablet van 500 mg van het medicijn in. De hoeveelheid medicijn in zijn lichaam neemt exponentieel af. Na precies één week is nog 30% van de oorspronkelijke hoeveelheid medicijn aanwezig in zijn lichaam.

Uit de gegevens is te berekenen dat de groeifactor per 24 uur ongeveer 0,842 is.

3p **6** ☐ Schrijf deze berekening op.

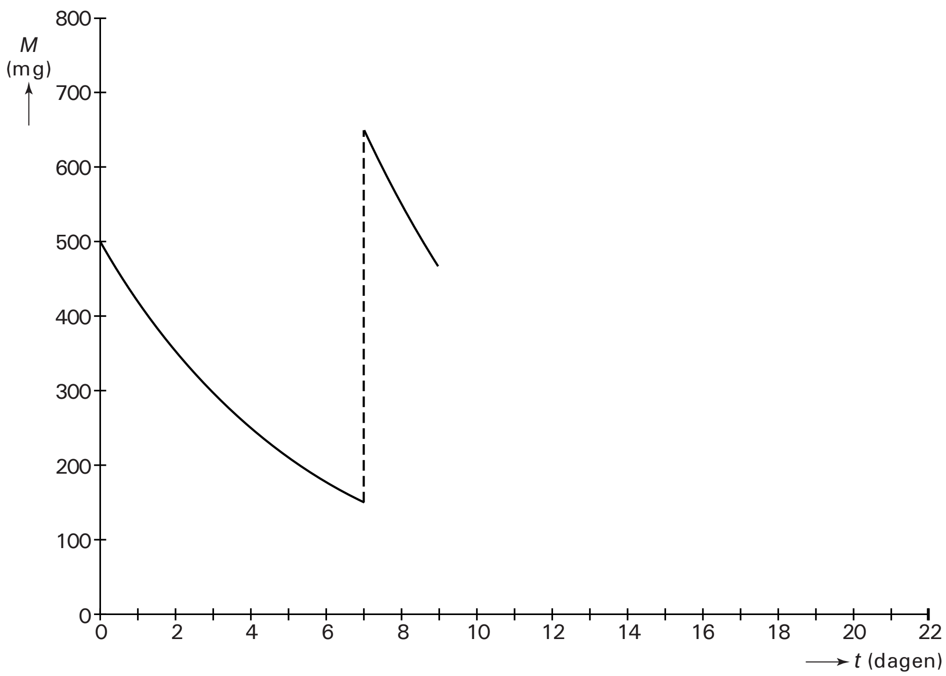
4p **7** ☐ Bereken in hoeveel tijd 40% van het toegediende medicijn in zijn lichaam wordt afgebroken. Rond je antwoord af op een geheel aantal uren.

Na inname van een tablet neemt de snelheid waarmee het lichaam van de patiënt het medicijn afbreekt voortdurend af.

5p **8** ☐ Bereken de snelheid waarmee zijn lichaam het medicijn 48 uur na inname afbreekt. Geef je antwoord in milligrammen per uur, afgerond op één decimaal.

De patiënt neemt elke week een nieuwe tablet van 500 mg in. We nemen aan dat hij dat steeds na precies een week doet. De hoeveelheid medicijn in zijn lichaam neemt na inname weer exponentieel af met groeifactor 0,842 per 24 uur.
$M(t)$ is de hoeveelheid medicijn in mg in zijn lichaam, t dagen nadat de eerste tablet is ingenomen. In figuur 3 is de grafiek van M als functie van t getekend van $t = 0$ tot $t = 9$.

figuur 3



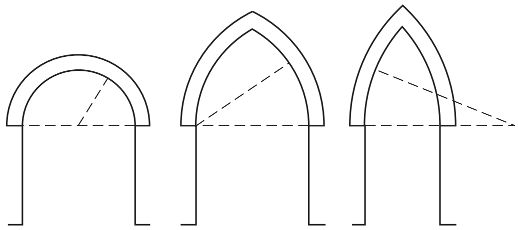
4p **9** ☐ Bereken de hoeveelheid medicijn in het lichaam op tijdstip $t = 10$. Rond je antwoord af op een geheel aantal milligrammen.

4p **10** ☐ Stel een formule op voor $M(t)$ voor $14 < t < 21$.

Spitsboog

Al heel lang worden in bouwwerken boogconstructies gebruikt om grote ruimten te overspannen. In figuur 4 zie je enkele soorten bogen, waaronder de spitsboog.
Een spitsboog is opgebouwd uit twee cirkelbogen. Hierbij ligt het middelpunt van de ene cirkelboog op een uiteinde van de andere cirkelboog.

figuur 4

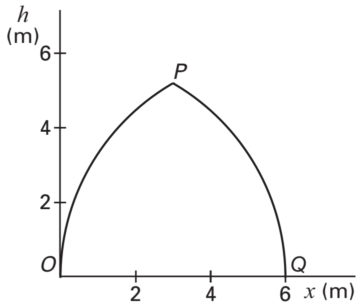


In figuur 5 is de vorm van een spitsboog *OPQ* in een assenstelsel getekend. *O* is het middelpunt van cirkelboog *PQ* en *Q* is het middelpunt van cirkelboog *OP*.

Voor de cirkelboog *PQ* in figuur 5 geldt de volgende formule (met x en h in meter):

$$h = \sqrt{36 - x^2} \text{ met } 3 \leq x \leq 6$$

figuur 5



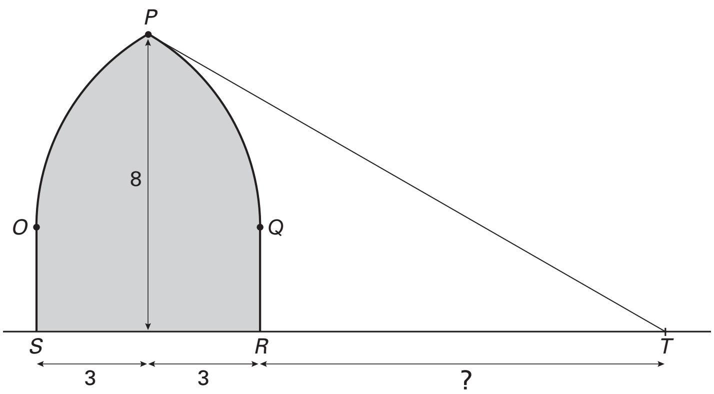
3p **11** ☐ Bereken de hoogte h van het punt P. Geef je antwoord in twee decimalen nauwkeurig.

We bekijken de grafiek van de functie $h = \sqrt{36 - x^2}$ met $-6 \leq x \leq 6$. De boog *PQ* is een deel van deze grafiek. Door een ander deel van deze grafiek te verschuiven, kan de boog *OP* van figuur 5 verkregen worden. Met behulp van deze verschuiving is een formule voor de boog *OP* op te stellen.

4p **12** ☐ Stel een formule op voor de boog *OP*. Licht je werkwijze toe.

Een toegangspoort tot een kasteel heeft aan de bovenkant de vorm van een spitsboog en heeft in een vooraanzicht de vorm zoals in figuur 6 is afgebeeld. Het gedeelte *OPQ* in dit vooraanzicht heeft dezelfde afmetingen als in figuur 5. De top *P* van de spitsboog bevindt zich 8 meter boven de grond.

figuur 6



In het punt *P* bevindt zich een bewakingscamera. Deze camera neemt niets waar van het gebied onder de raaklijn *PT*. Het gedeelte *RT* op de grond in het vooraanzicht valt dus buiten het bereik van deze camera.

Met behulp van de gegeven formule voor de cirkelboog kun je de helling van PT berekenen. Deze helling is op twee decimalen afgerond $-0{,}58$.

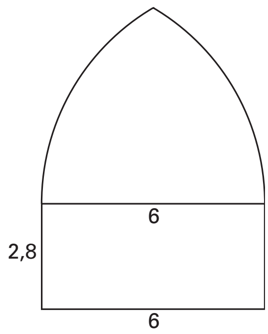
4p **13** ☐ Bereken met behulp van differentiëren de helling van PT in drie decimalen nauwkeurig.

5p **14** ☐ Bereken de lengte van RT. Geef je antwoord in meters. Rond af op één decimaal.

In figuur 7 is de toegangspoort met enkele afmetingen (in m) nogmaals weergegeven.

6p **15** ☐ Bereken de oppervlakte van de toegangspoort.
Geef je antwoord in gehele m^2.

figuur 7



De functie $f(x) = x \cdot e^{-x}$

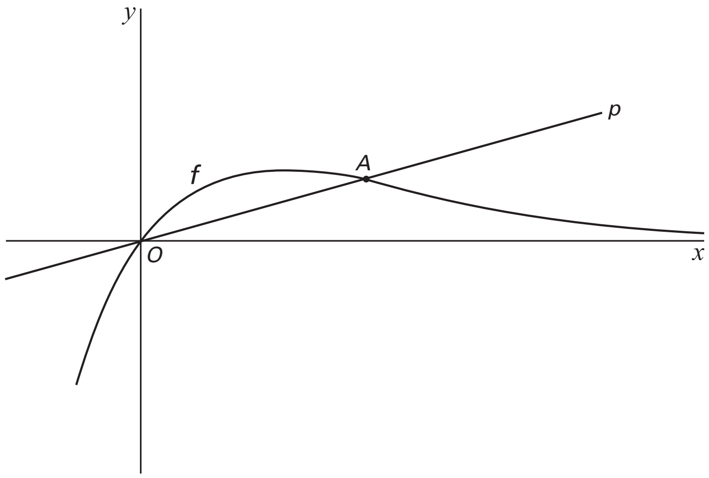
Gegeven is de functie $f(x) = x \cdot e^{-x}$.

5p **16** ☐ Los op: $-0{,}1 < f(x) < 0{,}1$. Rond de getallen in je antwoord af op twee decimalen.

6p **17** ☐ Bereken algebraïsch de exacte coördinaten van de top van de grafiek van f.

Op de grafiek van f ligt rechts van de y-as een punt $A(a,\ a \cdot e^{-a})$. Zie figuur 8.

figuur 8



De lijn p gaat door de punten $O(0, 0)$ en A.
De richtingscoëfficiënt van p is $\frac{1}{4}$.

4p **18** ☐ Bereken a. Rond het antwoord af op drie decimalen.

Een lijn evenwijdig aan de y-as snijdt tussen O en A de grafiek van f in punt S en de lijn p in punt T.

4p **19** ☐ Bereken hoe groot de lengte van ST maximaal is. Rond het antwoord af op drie decimalen.

Bijlage bij de vraag 2

Vraag 2